

## 第 6 章 挡土结构的内力分析

### 6.1 概述

挡土结构内力分析是基坑工程设计中的重要内容。随着基坑工程的发展和计算技术的进步,挡土结构的内力分析方法从早期的古典分析方法到解析方法再到复杂的数值分析方法也经历了不同的发展阶段。

挡土结构内力分析的古典方法主要包括平衡法、等值梁法、塑性铰法等[1]。平衡法,又称自由端法,适用于底端自由支承的悬臂式挡土结构和单锚式挡土结构。当挡土结构的入土深度不太深时,结构底端可视为非嵌固,即底端自由支承。图 6-1 为单锚挡土结构在砂性土中的平衡法的计算简图。为使挡土结构在非嵌固条件下达到极限平衡状态,作用在挡土结构上的锚系力  $R_a$ 、主动土压力  $E_a$  以及被动土压力  $E_p$  必须平衡。具体计算方法是:利用水平方向合力等于零以及水平力对锚系点的弯矩和等于零,求得挡土结构的入土深度。代入水平力平衡方程即求得锚系点的锚系拉力  $R_a$ ,进而可求解挡土结构的内力。

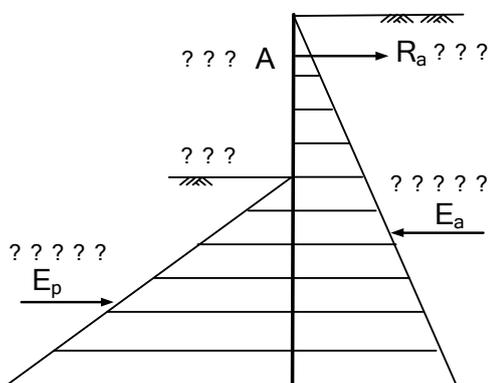


图 6-1 单锚挡土结构平衡法计算简图

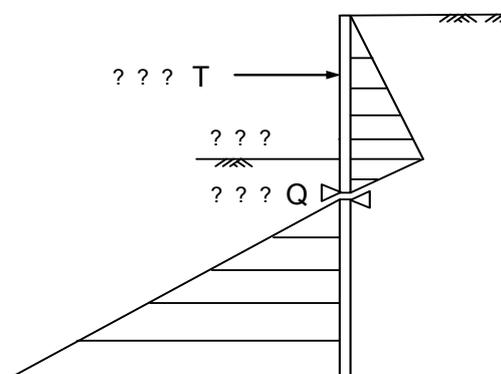


图 6-2 等值梁法计算简图

等值梁法,又称假想铰法,可以求解多支撑(锚杆)的挡土结构内力。首先假定挡土结构弹性曲线反弯点即假想铰的位置。假想铰的弯矩为零,于是可把挡土结构划分为上下两段,上部为简支梁,下部为一次超静定结构(图 6-2),这样即可按照弹性结构的连续梁求解挡土结构的弯矩、剪力和支撑轴力。等值梁法的关键问题是确定假想铰 Q 点的位置。通常可假设为土压力为零的那一点或是挡土结构入土面的那点,也可假定 Q 点距离入土面深度为  $y$ ,该  $y$  值可根据地质条件和结构特性确定,一般为  $(0.1 \sim 0.2)$  倍开挖深度。

塑性铰法,又称 Terzaghi 法,该方法假定挡土结构在横撑(除第一道撑)支点和开挖面处形成塑性铰,从而解得挡土结构内力。

挡土结构内力分析的解析方法是通过将挡土结构分成有限个区间,建立弹性微分方程,再根据边界条件和连续条件,求解挡土结构内力和支撑轴力。常见的解析方法主要有山肩帮男法、弹性法和弹塑性法。

山肩帮男法的精确解有如下基本假定:(1)粘土地层中挡土结构为无限长弹性体;(2)开挖面主动侧土压力在开挖面以上为三角形,开挖面以下抵消被动侧的静止土压力后取为矩形;(3)被动侧土的横向反力分为塑性区和弹性区;(4)横撑设置后作为不动支点;(5)下道支撑设置后,上道支撑轴力保持不变,且下道支撑点以上挡土结构位置不变。山肩帮男法将结构分成三个区间,即第  $k$  道横撑到开挖面区间,开挖面以下塑性区及弹性区(图 6-3)。基本求解过程是首先建立弹性微分方程,再根据边界条件和连续条件,导出第  $k$  道横撑轴力的计算公式及变位和内力公式。由于山肩帮男法的精确解计算方程中有未知数的五次函数,计算较为繁复。山肩帮男法的近似解法对上述基本假定做了修改,只需应用两个平衡方程就

可依次求得各道横撑内力。弹性法与山肩帮男法在基本假定上基本相同，只有在对土压力的假定有差别。弹性法中假设主动侧土压力已知，但开挖面以下只有被动侧的土抗力，被动侧的土抗力数值与墙体变位成正比（图 6-4）。

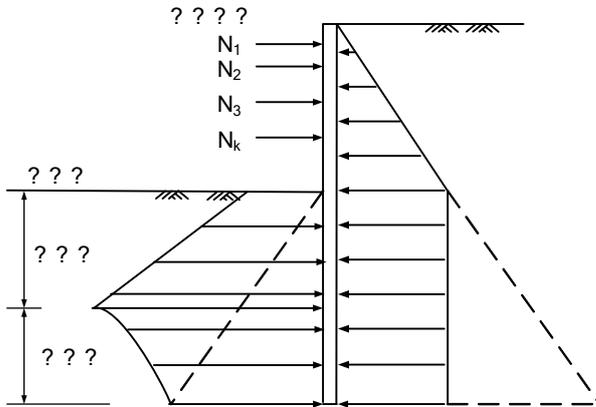


图 6-3 山肩帮男法精确解计算简图

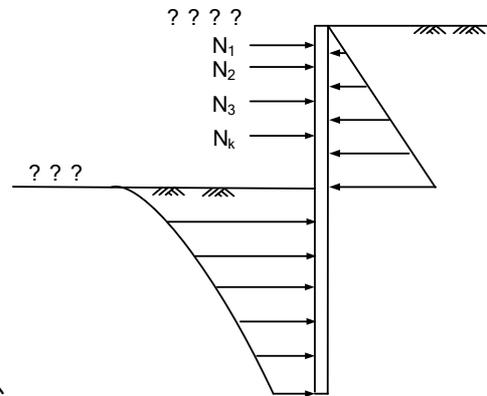


图 6-4 弹性法计算简图

弹塑性法与上述两种方法的主要差别在于，山肩帮男法和弹性法都假定土压力已知且挡土结构弯矩及支撑轴力在下道支撑设置后不变化，而弹塑性法假定土压力已知但挡土结构弯矩及支撑轴力随开挖过程变化。弹塑性法的基本假定如下：（1）支撑以弹簧表示，即考虑其弹性变位；（2）主动侧土压力假设为竖向坐标的二次函数并采用实测资料；（3）挡土结构入土部分分为达到朗肯被动土压力的塑性区和土抗力和挡土结构变位成正比的弹性区；（4）挡土结构有限长，端部支承可为自由、铰结或固定。

早期的古典分析方法和解析方法由于在理论上存在各自的局限性而难以满足复杂基坑工程的设计要求，因而现在已应用得很少。目前常用的分析方法主要有平面弹性地基梁法和平面连续介质有限元方法。平面弹性地基梁法将单位宽度的挡土墙作为竖向放置的弹性地基梁，支撑和锚杆简化为弹簧支座，基坑内开挖面以下土体采用弹簧模拟，挡土结构外侧作用已知的水压力和土压力。平面弹性地基梁法一般采用杆系有限元方法求解，考虑土体的分层及支撑的实际情况，沿着竖向将弹性地基梁划分成若干单元，列出每个单元的上述微分方程，进而解得单元的位移和内力。平面连续介质有限元方法一般是在整个基坑中寻找具有平面应变特征的断面进行分析。土体采用平面应变单元来模拟。挡土结构如地下连续墙等板式结构需承受弯矩，可用梁单元来模拟。支撑、锚杆等只能承受轴向力的构件采用杆件单元模拟。考虑连续墙与土体的界面接触，可利用接触面单元来处理。连续介质有限元方法考虑了土和结构的相互作用，可同时得到整个施工过程挡土结构的位移和内力以及对应的地表沉降和坑底回弹等。

平面弹性地基梁法和平面连续介质有限元方法适合于分析诸如地铁车站等狭长形基坑。对于有明显空间效应的基坑，采用平面分析方法不能反映基坑的三维变形规律，可能会得到保守的结果。当基坑形状不规则时，采用平面分析方法则无法反映所有的支撑结构的受力和变形状况。因而，对有明显空间效应的基坑和不规则形状的基坑有必要利用三维分析方法进行分析。目前空间弹性地基板法和三维连续介质有限元方法在一些基坑工程中也得到了实际运用，并成功地指导了基坑工程的设计。

本章将重点介绍包括平面弹性地基梁法和空间弹性地基板法的荷载结构分析方法以及考虑土与结构共同作用的连续介质有限元方法，并以上海银行大厦基坑工程和上海世博地下变电站基坑工程为工程计算实例，讨论上述方法的实际应用。

## 6.2 荷载结构分析方法

## 6.2.1 平面弹性地基梁法

### 1. 计算原理

平面弹性地基梁法假定挡土结构为平面应变问题，取单位宽度的挡土墙作为竖向放置的弹性地基梁，支撑和锚杆简化为弹簧支座，基坑内开挖面以下土体采用弹簧模拟，挡土结构外侧作用已知的水压力和土压力。图 6-5 为平面弹性地基梁法典型的计算简图。

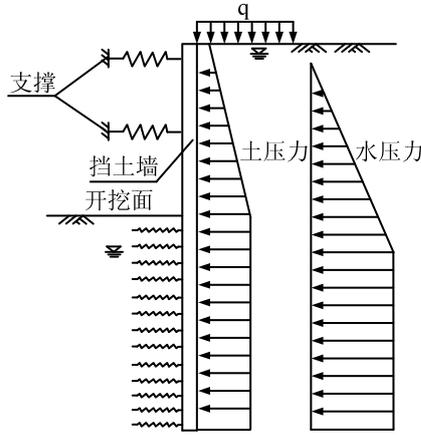


图 6-5 平面弹性地基梁法计算简图

取长度为  $b_0$  的围护结构作为分析对象，列出弹性地基梁的变形微分方程如下：

$$\begin{aligned} EI \frac{d^4 y}{dz^4} - e_a(z) &= 0 \quad (0 \leq z \leq h_n) \\ EI \frac{d^4 y}{dz^4} + mb_0(z - h_n)y - e_a(z) &= 0 \quad (z \geq h_n) \end{aligned} \quad (6-1)$$

式中  $EI$ ——围护结构的抗弯刚度；

$y$ ——围护结构的侧向位移；

$z$ ——深度；

$e_a(z)$ —— $z$  深度处的主动土压力；

$m$ ——地基土水平抗力比例系数；

$h_n$ ——第  $n$  步的开挖深度。

考虑土体的分层 ( $m$  值不同) 及水平支撑的存在等实际情况，需沿着竖向将弹性地基梁划分成若干单元，立出每个单元的上述微分方程，一般可采用杆系有限元方法求解。划分单元时，尽考虑土层的分布、地下水位、支撑的位置、基坑的开挖深度等因素。分析多道支撑分层开挖时，根据基坑开挖、支撑情况划分施工工况，按照工况的顺序进行支护结构的变形和内力计算，计算中需考虑各工况下边界条件、荷载形式等的变化，并取上一工况计算的围护结构位移作为下一工况的初始值。

弹性支座的反力可由下式计算：

$$T_i = K_{Bi}(y_i - y_{0i}) \quad (6-2)$$

式中  $T_i$ ——第  $i$  道支撑的弹性支座反力；

$K_{Bi}$ ——第  $i$  道支撑弹簧刚度；

$y_i$ ——由前面方法计算得到的第  $i$  道支撑处的侧向位移；

$y_{0i}$ ——由前面方法计算得到的第  $i$  道支撑设置之前该处的侧向位移。

### 2. 支撑刚度计算

对于采用十字交叉对撑钢筋混凝土支撑或钢支撑 (如图 6-6 所示)，内支撑刚度的取值如下式所示：

$$K_{B_i} = EA / SL \quad (6-3)$$

式中  $A$ ——支撑杆件的横截面积；  
 $E$ ——支撑杆件材料的弹性模量；  
 $L$ ——水平支撑杆件的计算长度；  
 $S$ ——水平支撑杆件的间距。

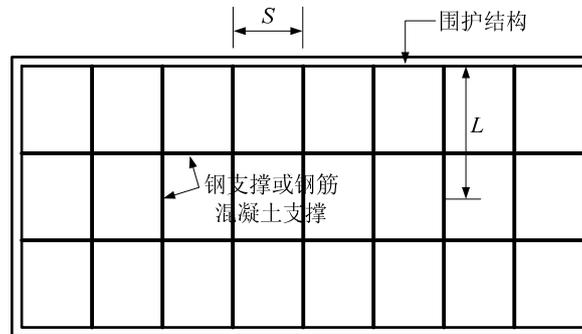


图 6-6 十字交叉内支撑刚度计算示意图

对于复杂杆系结构的水平支撑系统，不能简单地采用式 (6-3) 来确定支撑的刚度，但较合理地确定其支撑刚度也很困难。国家规范建筑基坑工程技术规范<sup>[2]</sup>建议采用考虑围护结构、水平支撑体空间作用的协同分析方法确定。

当采用主体结构的梁板作为水平支撑时，水平支撑的刚度可采用下式来确定：

$$K_{B_i} = EA / L \quad (6-4)$$

式中  $A$ ——计算宽度内支撑楼板的横截面积；  
 $E$ ——支撑楼板的弹性模量；  
 $L$ ——支撑楼板的计算长度，一般可取开挖宽度的一半。

### 3. 水平弹簧支座刚度计算

基坑开挖面或地面以下，水平弹簧支座的压缩弹簧刚度  $K_H$  可按下式计算：

$$K_H = k_h b h \quad (6-5)$$

式中  $K_H$  ——土弹簧压缩刚度(kN/m)；  
 $k_h$  ——地基土水平向基床系数(kN/m<sup>3</sup>)；  
 $b$  ——弹簧的水平向计算间距(m)；  
 $h$  ——弹簧的垂直向计算间距(m)。

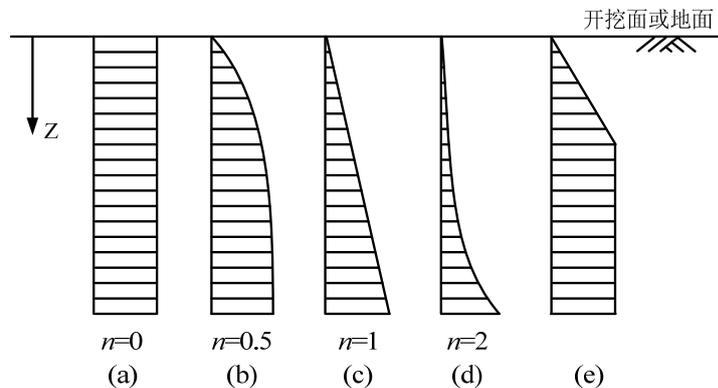


图 6-7 地基水平向基床系数的不同分布形式

图 6-7 给出了地基水平基床系数的五种不同分布形式，地基水平向基床系数采用下式表示：

$$k_h = A_0 + kz^n \quad (6-6)$$

式中  $z$ ——距离开挖面或地面的深度；

$k$ ——比例系数；

$n$ ——指数，反映地基水平基床系数随深度的变化情况；

$A_0$ ——开挖面或地面处的地基水平基床系数，一般取为零。

当有土的标准贯入击数  $N$  值时可用经验公式求水平向基床系数<sup>[1]</sup>：

$$k_h = 2000N \text{ (kN/m}^3\text{)} \quad (6-7)$$

式中  $N$ ——标准贯入击数。

若假设水平向基床系数沿深度为常数或在一定深度其值达到不变值时可按表 6-1 中的经验值取值。

水平向基床系数  $k_h$  经验值<sup>[1]</sup> 表 6-1

地基类别	粘性土和粉性土				砂性土			
	淤泥质	软	中等	硬	极松	松	中等	密实
$k_h$ ( $10^4\text{kN/m}^3$ )	0.3~1.5	1.5~3	3~15	15 以上	0.3~1.5	1.50~3	3~10	10 以上

中国《公路桥涵设计规范》（1975 年试行本）和胡礼人著《桥梁桩基设计》分别给出了各类土和岩石的水平向基床系数经验参考值<sup>[1]</sup>，如表 6-2 和表 6-3 所示。

土的水平向基床系数<sup>[1]</sup> 表 6-2

地基土的分类	$k_h$ ( $10^4\text{kN/m}^3$ )
流塑粘性土 $I_L \geq 1$ 、淤泥	1~2
软塑粘性土 $1 > I_L \geq 0.5$ 、粉砂	2~4.5
硬塑粘性土 $0.5 > I_L \geq 0$ 、细砂、中砂	4.5~6
坚硬粘性土 $I_L < 0$ 、粗砂	6~10
砾砂、角砾砂、圆砾砂、碎石、卵石	10~13
密实卵石夹粗砂、密实漂卵石	13~20

岩石的水平向基床系数<sup>[1]</sup> 表 6-3

岩石单轴极限抗压强度( $\text{kN/m}^2$ )	$k_h$ ( $10^4\text{kN/m}^3$ )
1000	30
$\geq 25000$	150

上海市基坑工程设计规程<sup>[7]</sup>根据上海地区的工程经验，对各类土建议了如表 6-4 所示的水平向基床系数值范围。

上海地区  $k_h$  值经验范围<sup>[7]</sup> 表 6-4

地基土分类	$k_h$ ( $10^4\text{kN/m}^3$ )
流塑的粘性土	0.3~1.5
软塑的粘性土和松散的粉性土	1.5~3
可塑的粘性土和稍密~中密的粉性土	3~15

硬塑的粘性土和密实的粉性土		15 以上
松散的砂土		0.3~1.5
稍密的砂土		1.5~3
中密的砂土		3~10
密实的砂土		10 以上
水泥土搅拌桩加固, 置换率>25%	水泥掺量<8%	1~1.5
	水泥掺量>12%	2~2.5

根据公式(6-6)中指数  $n$  的取值不同, 将采用图 6-7 中(a)、(b)、(d)的地基反力分布形式的计算方法分别称为张氏法、C 法和 K 法。图 6-7 (c)中, 取  $n=1$ ,  $A_0=0$  则

$$k_h = kz \tag{6-8}$$

此式表明地基水平向基床系数随深度按线性规律增大, 由于我国以往应用这种分布模式时, 采用  $m$  表示比例系数, 即  $k_h=mz$ , 故通称  $m$  法。

基坑围护结构的平面竖向弹性地基梁法实质上是从水平向受荷桩的计算方法演变而来的, 因此严格地讲地基土水平抗力比例系数  $m$  的确定应根据单桩的水平荷载实验结果由下式来确定:

$$m = \frac{\left( \frac{H_{cr}}{x_{cr}} v_x \right)^{5/3}}{b_0 (EI)^{2/3}} \tag{6-9}$$

式中  $H_{cr}$ ——单桩水平临界荷载, 按建筑桩基技术规范<sup>[3]</sup>的附录 E 的方法确定;

$x_{cr}$ ——单桩水平临界荷载所对应的位移;

$v_x$ ——桩顶位移系数, 按建筑桩基技术规范<sup>[3]</sup>方法计算;

$b_0$ ——计算宽度;

$EI$ ——桩身抗弯刚度。

在没有单桩水平荷载实验时, 建筑基坑支护技术规程<sup>[4]</sup>提供了如下的经验计算方法:

$$m = \frac{1}{\Delta} (0.2\varphi_k^2 - \varphi_k + c_k) \tag{6-10}$$

其中  $\varphi_k$ ——土的固结不排水快剪内摩擦角标准值;

$c_k$ ——土的固结不排水快剪粘聚力标准值;

$\Delta$ ——基坑底面处的位移量, 可按地区经验取值, 当无经验时可取 10mm。

公式 (6-10) 是通过开挖面处桩的水平位移值与土层参数来确定  $m$  值, 公式中的  $\Delta$  取值难以确定, 计算得到的  $m$  值可能与地区的经验取值范围相差较大。而且当  $\varphi_k$  较大时, 计算出的  $m$  值偏大, 可能导致计算得到的被动侧土压力大于被动土压力。

杨光华<sup>[5]</sup>指出采用公式 (6-10) 计算广州地区的岩石地层的  $m$  值将明显偏低。湖北省地方标准基坑工程技术规程<sup>[6]</sup>在上式前乘了一个经验系数, 对一般粘性土和砂土经验系数取 1.0, 对老粘性土、中密以上砾卵石取 1.8~2.0, 而对淤泥和淤泥质土则取 0.6~0.8。建筑桩基技术规范<sup>[3]</sup>根据试桩结果的有关统计分析亦给出了各种土体  $m$  值的经验值, 如表 6-5 所示。但这里的  $m$  值与水平位移的大小相关, 当围护结构的水平位移与表中对应的水平位移不符时, 需对  $m$  值作调整。

各类土的  $m$  经验值<sup>[3]</sup>

表 6-5

地基土类别	淤泥、淤泥质土、饱和湿陷性黄土	流塑、软塑粘性土, $e>0.9$ 粉土, 松散粉细砂, 松散、稍密填土	可塑粘性土、 $e=0.75\sim 0.9$ 粉土、湿陷性黄土、中密填土、稍密细砂	硬塑、坚硬粘性土、湿陷性黄土、 $e<0.9$ 粉土、中密的中粗砂、密实老填土	中密、密实的砾砂、碎石类土
$m(\text{kN/m}^4)$	2500~6000	6000~14000	14000~35000	35000~100000	100000~300000
桩顶水平位移(mm)	6~12	4~8	3~6	2~5	1.5~3

上海市基坑工程设计规程<sup>[7]</sup>根据上海地区的工程经验, 对各类土建议了如表 6-6 所示的  $m$  值范围, 可以作为软土地区  $m$  值的参考。

上海地区  $m$  值经验范围<sup>[7]</sup>

表 6-6

地基土分类	$m (\text{kN/m}^4)$	
流塑的粘性土	1000~2000	
软塑的粘性土、松散的粉砂性土和砂土	2000~4000	
可塑的粘性土、稍密~中密的粉性土和砂土	4000~6000	
坚硬的粘性土、密实的粉性土、砂土	6000~10000	
水泥土搅拌桩加固, 置换率>25%	水泥掺量<8%	2000~4000
	水泥掺量>12%	4000~6000

冯俊福<sup>[8]</sup>根据杭州地区二十多个基坑  $m$  值的反分析, 并结合该地区的工程经验, 建议了杭州地区的  $m$  值范围, 如表 6-7 所示。

杭州地区  $m$  值经验范围<sup>[8]</sup>

表 6-7

地基土分类	$m (\text{kN/m}^4)$
流塑的粘性土	500~15000
软塑的粘性土、松散的粉性土和砂土	3000~4000
可塑的粘性土、稍密~中密的粉性土和砂土	5000~6000
坚硬的粘性土、密实的粉性土、砂土	9000~10000

从上述有关  $m$  值的确定方法可以看出, 不同的规范或规程得到的  $m$  值的范围可能相差较大, 因此  $m$  值的确定在很大程度上仍依赖于当地的工程经验。

#### 4. 主动侧土压力的计算

作用在挡土结构上的土压力的计算参见第 4 章有关内容。

#### 5. 求解方法

基于有限元的平面弹性地基梁法的一般分析过程如下:

(1) 结构理想化, 即把挡土结构的各个组成部分根据其结构受力特点理想化为杆系单元, 如两端嵌固的梁单元、弹性地基梁单元、弹性支撑梁单元等。

(2) 结构离散化, 把挡土结构沿竖向划分为若干个单元, 一般每隔 1~2m 划分一个单元。为计算简便, 尽可能将节点布置在挡土结构的截面、荷载突变处, 弹性地基基床系数变化处及支撑或锚杆的作用点处。

(3) 挡土结构的节点应满足变形协调条件, 即结构节点的位移和联结在同一节点处的每个单元的位移是互相协调的, 并取节点的位移为未知量。

(4) 单元所受荷载和单元节点位移之间的关系, 以单元的刚度矩阵 $[K]^e$ 来确定, 即

$$[F]^e = [K]^e \{\delta\}^e \tag{6-11}$$

式中,  $[F]^e$ ——单元节点力;

$[K]^e$ ——单元刚度矩阵;

$[\delta]^e$ ——单元节点位移。

作用于结构节点上的荷载和结构节点位移之间的关系以及结构的总体刚度矩阵是由各个单元的刚度矩阵，经矩阵变换得到。

(5) 根据静力平衡条件，作用在结构节点上的外荷载必须与单元内荷载平衡，单元内荷载是由未知节点位移和单元刚度矩阵求得。外荷载给定，可以求得未知的节点位移，进而求得单元内力。对于弹性地基梁的地基反力，可由结构位移乘以基床系数求得。

## 6.2.2 空间弹性地基板法

平面弹性地基梁法应用于有明显空间效应的深基坑工程时，由于模型作了过多的简化而不能反映实际结构的实际空间变形性状，在设计中就有可能造成资源浪费或安全隐患。因此对于具有明显空间效应的深基坑工程，其支护结构的计算就有必要作为空间问题来求解。

空间弹性地基板法<sup>[9,10]</sup>是在竖向平面弹性地基梁法的基础上发展起来的一种空间分析方法，该方法完全继承了竖向平面弹性地基梁法的计算原理，建立围护结构、水平支撑与竖向支承系统共同作用的三维计算模型并采用有限元方法求解这一问题，其计算原理简单明确，同时又克服了传统竖向平面弹性地基梁法模型过于简化的缺点。

### 1. 计算原理

图 6-8 为空间弹性地基板法的基坑支护结构三维分析模型示意图（以矩形基坑为例，取 1/4 模型表示），图中为水平支撑体系采用临时支撑的情况。按实际支护结构的设计方案建立三维有限元模型，模型包括围护结构、水平支撑体系、竖向支承系统和土弹簧单元。对采用连续墙的围护结构可采用三维板单元来模拟；对采用灌注桩的围护结构可采用梁单元来模拟，也可采用板单元来近似模拟。对采用临时水平支撑的情况，水平支撑体系仅包括梁，此时可以采用梁单元来模拟；对水平支撑体系采用主体结构梁板的情况，采用梁单元和板单元来模拟水平支撑构件，同时尚需考虑梁和板的共同作用。竖向支承体系包括立柱和立柱桩，一般也可用梁单元来模拟。根据施工工况和工程地质条件确定坑外土体对围护结构的水土压力荷载，由此分析支护结构的内力与变形。

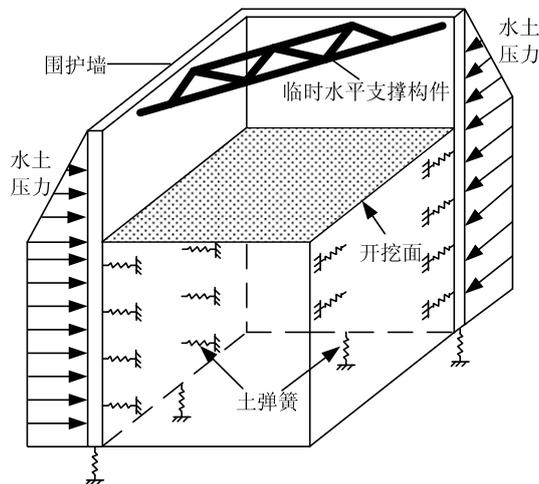


图 6-8 基坑支护结构的三维分析模型示意图

### 2. 土弹簧刚度系数的确定

基坑开挖面以下，土弹簧单元的水平向刚度可按公式 (6-5) 计算，其中  $b$  和  $h$  分别取为三维模型中与土弹簧相连接的挡土结构单元（板单元）的宽度和高度；：

### 3. 土压力的计算

土压力的计算方法与平面竖向弹性地基梁的方法相同，只是在平面竖向弹性地基梁中土压力为作用在挡土结构上的线荷载，而在空间弹性地基板法中土压力则是作用在挡土结构

上的面荷载。

#### 4. 求解方法和程序示例

空间弹性地基板的求解可采用大型通用有限元程序如 ANSYS、ABAQUS、ADINA、MARC 等。以 ANSYS 为例说明如何实现空间弹性地基板的分析。借助于 ANSYS 自带的参数化设计语言 APDL 与宏技术组织管理 ANSYS 的有限元分析命令，可以方便地实现参数化建模、施加荷载与求解以及后处理结果的显示，从而实现参数化有限元分析的过程。关于 APDL 的基本要素及具体应用可参考文献[11]。

这里结合一简单算例介绍如何采用 APDL 语言来实现空间弹性地基板法。所分析的基坑为方形，边长 30m，开挖深度 5m，采用厚 0.6m 深 25m 的地下连续墙支护，在墙顶处设置一道楼板支撑。有关计算参数及开挖程序如图 6-9 所示。采用 APDL 语言进行建模和分析的命令流可参考文献[12]。

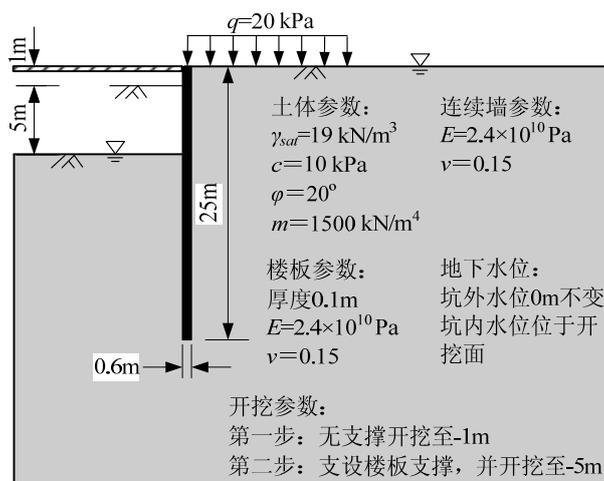


图 6-9 算例的有关参数

### 6.2.3 基坑施工过程的模拟

在常规的工程设计计算中，对于假设有  $n$  道支撑的支护结构，考虑先支撑后开挖的原则，具体分析过程如下：

(1) 首先挖土至第一道支撑底标高，计算简图如图 6-10 (a) 所示，施加外侧的水土压力计算此时支护结构的内力及变形；

(2) 第一道支撑施工（有预加轴力时应施加轴力），计算简图如图 6-10 (b) 所示，此时水土压力增量为 0，只需计算在预加轴力作用下支护结构的内力及变形等；

(3) 挖土至第二道支撑底标高，计算简图如图 6-10 (c) 所示，施加水土压力增量，并计算支护结构在新的水土压力作用下的变形及内力等；

(4) 依次类推，施加第  $n$  道支撑及开挖第  $n$  层土体，直至基坑开挖至基底位置。

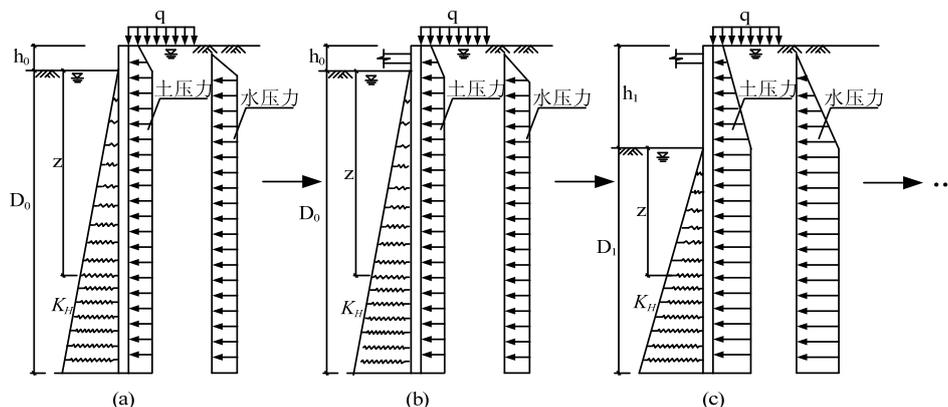


图 6-10 计算流程图

(a)开挖至第一层土; (b) 施工第一道支撑; (c) 开挖至第二层土

实际上,在采用多道支撑或锚杆的支护结构中,各支撑或锚杆的受力先后是不同的,支撑或锚杆是在基坑开挖到一定深度后才加上的,即在墙体产生了一定位移后才加上的(图 6-11)。各支撑或锚杆发挥作用的时刻不同,先加上的支撑或锚杆较早参与了共同作用,后加上的则较迟产生作用。

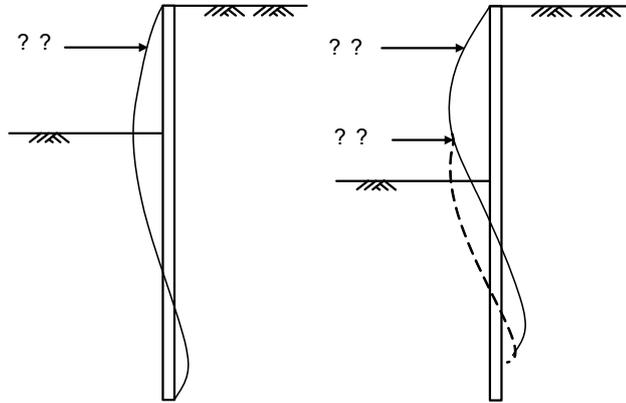


图 6-11 开挖过程中支撑设置与墙体变位的关系<sup>[5]</sup>

为考虑设置支撑和开挖的实际施工过程,杨光华<sup>[5]</sup>提出了一种可以考虑逐步加撑或加锚和逐步开挖的整个施工过程的土、墙、支撑或锚杆共同作用的简单增量算法,并从理论上对其正确性进行了证明,通过计算实例说明了其合理性,为基坑支护结构提供了一种更为合理的计算方法。

增量法的计算过程如图 6-12 所示。为在开挖面以下  $H_1$  处加支撑,先开挖到  $H_1+\Delta H$ ,此时,相应荷载和计算简图如图 6-12 (b)所示,  $q_1$  为土压力,求解可得开挖面以下土弹簧的反力  $x_1^0$ 、 $x_2^0$ 、……、 $x_6^0$ ,相应的墙体内力和位移也可求得。在墙顶下  $H_1$  处加刚度为  $K$  的支撑,然后由  $H_1+\Delta H$  开挖到  $H_2$  处,这一过程的计算简图如图 6-12 (c)所示。土压力的增量为  $q_2-q_1$ 。由于  $K_1$  和  $K_2$  两弹簧被挖去,弹簧对墙体作用力  $x_1^0$ 、 $x_2^0$  应反向作用在墙体上,求解得此时各弹簧对墙体作用力为  $x_3^1$ 、 $x_4^1$ 、 $x_5^1$ 、 $x_6^1$ 。整个开挖加支撑施工过程如图 6-12 (d)所示,为图 6-12 (b)、(c)两个增量过程迭加的结果。图 6-12 (b)、(c)两个增量过程所得的墙体内力和位移迭加即为整个施工过程最终的墙体内力和位移。

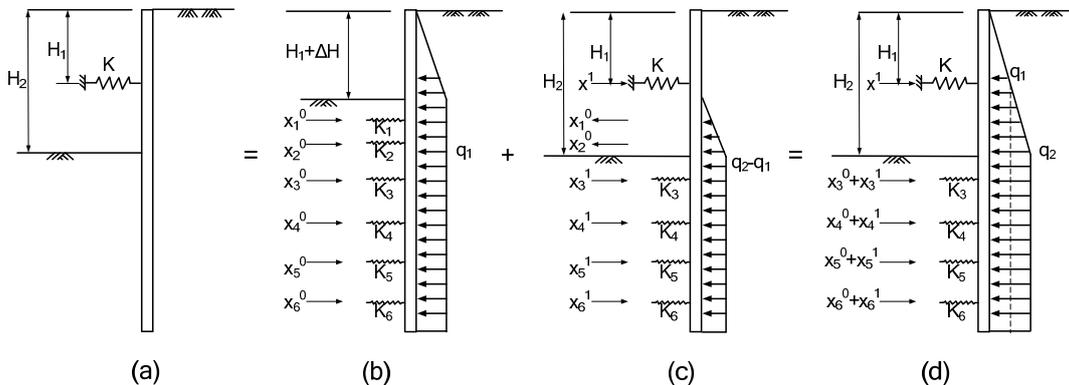


图 6-12 增量法计算简图<sup>[5]</sup>

增量法考虑了施工过程,符合工程实际,所得的墙体内力和支撑反力比不考虑施工过程的计算方法所得的结果更为合理。文献<sup>[5]</sup>中给出了一个实际的工程案例说明增量法的计算结果更为合理。图 6-13 所示为广州珠江过江隧道深基坑开挖工程某槽段的剖面图。该基坑

开挖深度 17.8m，基坑的围护结构采用 T 型截面的地下连续墙，在标高 4.5、-1.5、-7.5m 处各设一道工字钢支撑。开挖和加撑的顺序为：（1）从 $\Delta$ 7.5m 开挖到 $\Delta$ 3.0m；（2）在 $\Delta$ 4.5m 处加第一道支撑，由 $\Delta$ 3.0m 开挖到 $\Delta$ -3.0m；（3）在 $\Delta$ -1.5m 加第二道支撑，由 $\Delta$ -3.0m 开挖到 $\Delta$ -8.5m；（4）在 $\Delta$ -7.5m 加第三道支撑，由 $\Delta$ -8.5m 开挖到 $\Delta$ -10.3m。各道支撑刚度及开挖和加撑过程如图 6-13 所示。

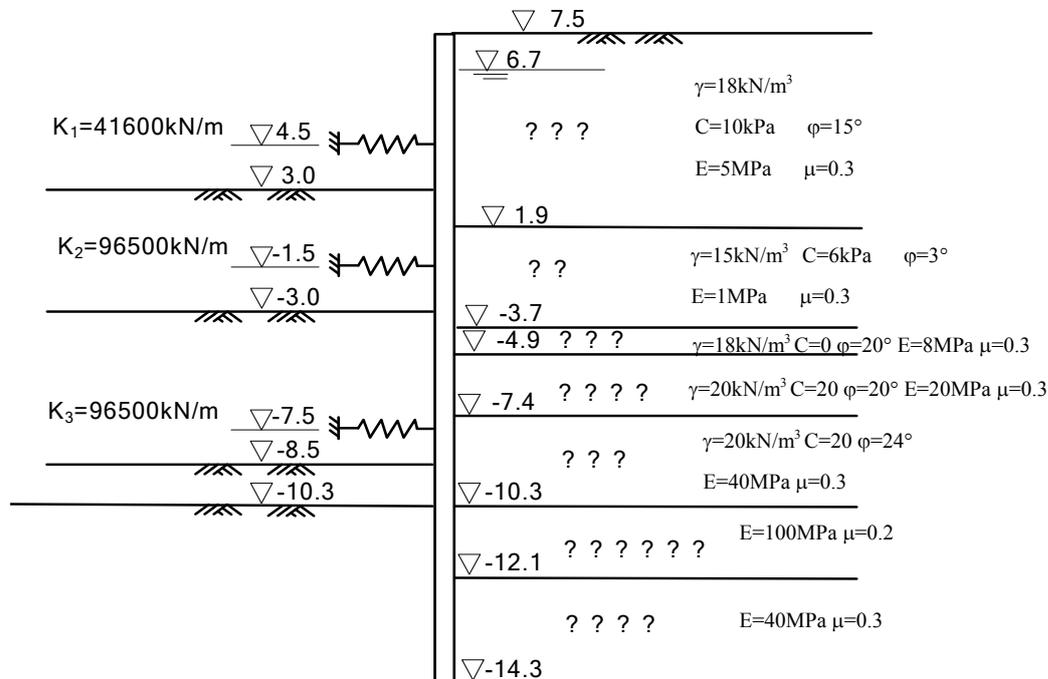


图 6-13 基坑实例计算剖面图<sup>[5]</sup>

取 1 米宽墙体计算，每米宽墙的抗弯刚度为  $3.3 \times 10^6 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$ 。若不考虑施工过程，相应的墙体弯矩和各道支撑反力如图 6-14 所示。比较图 6-14(a)、(b) 可见，增量法考虑了施工过程，计算所得墙体弯矩远大于不考虑施工过程的常规计算方法计算所得弯矩。由此可见，采用不考虑施工过程的计算结果进行支护结构设计是偏不安全的。不考虑施工过程所得的支撑轴力计算结果也不合理，偏大。例如， $K_3$  的轴力是从 -8.5m 开挖到 -10.3m 这一增量过程产生的，这一过程产生的增量荷载仅为 700kN，且应由开挖面以下土体和三道支撑共同承担。而不考虑施工过程所得的  $K_3$  的轴力达到 520kN，结果显然偏大，采用这样的结果设计支撑或锚杆会造成浪费。

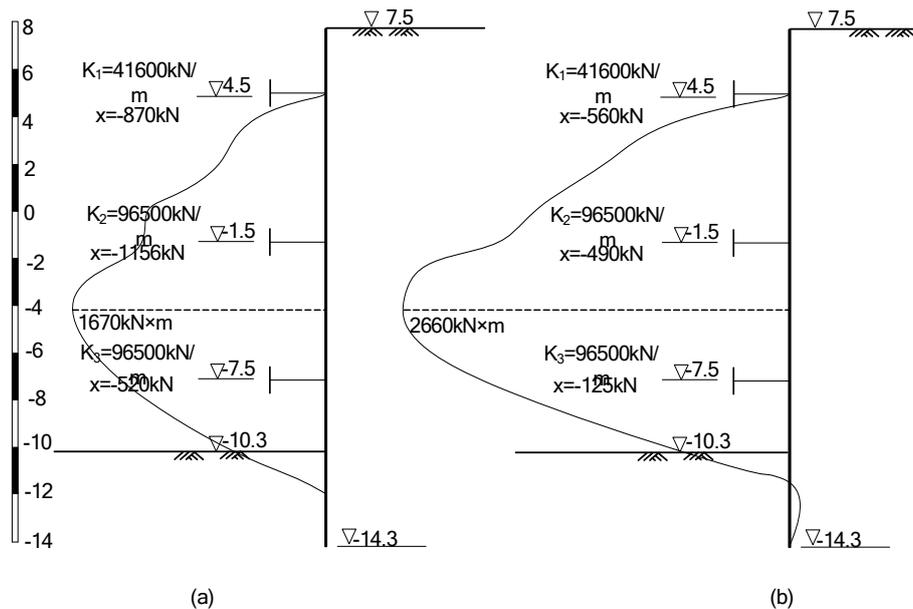


图 6-14 计算弯矩图<sup>[5]</sup>

(a)不考虑施工过程； (b)考虑施工过程

### 6.3 土与结构共同作用方法

#### 6.3.1 土的本构关系模型选取

基坑开挖是一个土与结构共同作用的复杂过程。对土介质本构关系的模拟是采用土与结构共同作用方法的关键。基坑现场的土体应采用合适的本构模型进行模拟，并且能根据室内实验和原位测试等手段给出合理的参数。虽然土的本构模型有很多种，但广泛应用于基坑工程中的仍只有少数几种如弹性模型、Mohr-Coulomb 模型、修正剑桥模型、Drucker-Prager 模型、Duncan-Chang 模型、Plaxis Hardening Soil Model<sup>[13]</sup>等。Brinkgreve<sup>[14]</sup>对这几种本构模型在岩土工程不同分析问题中的适用性作了较详细的评述。基坑开挖是典型的卸载问题，且开挖会引起应力状态和应力路径的改变<sup>[15]</sup>，分析中所选择的本构模型应能反映开挖过程中土体应力应变变化的主要特征。弹性模型不能反映土体的塑性质因而不适合于基坑开挖问题的分析。而作为弹-理想塑性模型的 Mohr-Coulomb 模型和 Drucker-Prager 模型，其卸载和加载模量相同，应用于基坑开挖时往往导致不合理的坑底回弹，只能用作基坑的初步分析。修正剑桥模型和 Plaxis Hardening Soil Model 由于刚度依赖于应力水平和应力路径，应用于基坑开挖分析时能得到较弹-理想塑性模型更合理的结果。从理论上讲，基坑开挖中土体本构模型最好应能同时反映土体在小应变时的非线性行为和土的塑性质。反映土体在小应变时的非线性行为的本构模型能给出基坑在开挖过程中更为合理的变形(包括支护结构的变形和土体的变形)；而反映土体塑性质的本构模型对于正确模拟主动和被动土压力具有重要的意义。

图 6-15 为一个悬臂开挖的实例，对该开挖进行了四种情况的模拟：(1) 土体采用弹性模型（刚度为常数）；(2) 土体采用弹性模型，但刚度随着深度的增加而增大；(3) 采用弹-理想塑性的 Mohr-Coulomb 模型，且刚度为常数；(4) 采用弹-理想塑性的 Mohr-Coulomb 模型，但刚度随着深度的增加而增大。四种情况的参数以及基坑的有关尺寸、墙体的计算参数等均在图中给出。

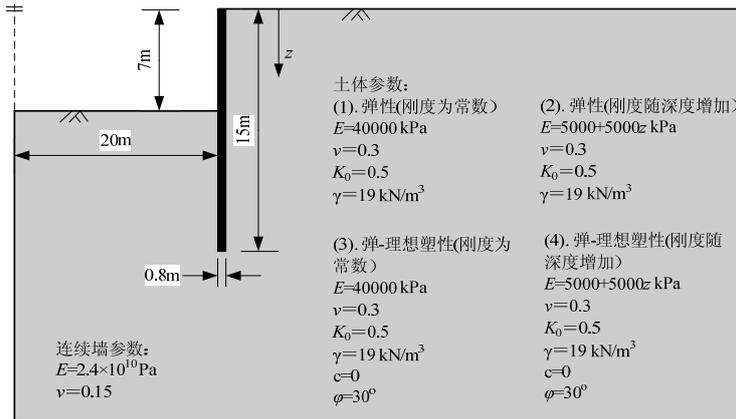


图 6-15 悬臂开挖实例

图 6-16 (a)、(b) 分别为这四种情况分析得到的墙体侧移和墙后土体沉降情况。从图中可以看出，采用刚度为常数的弹性模型得到的墙体侧移为上部大、下部小，而墙后土体则表现为上抬，这完全不符合实际的工程经验。采用刚度随深度增加而增大的弹性模型时，虽然在一定程度上改善了墙体的侧移情况，但墙后土体仍然表现为上抬。当采用弹-理想塑性的 Mohr-Coulomb 模型时，墙体侧移比弹性模型的侧移要大得多，墙体的侧移与悬臂梁的变形相似。采用刚度为常数的弹-理想塑性模型分析得到的墙后地表沉降结果仍然较差，而采用刚度随着开挖深度增加而增大的弹-理想塑性模型则在一定程度上改善了墙后地表沉降的形态。图 6-17 给出了墙体的弯矩分布情况，可以看出刚度为常数的弹性模型和刚度随深度增加而增大的弹性模型都不能较好地反映悬臂开挖围护结构的弯矩分布情况。

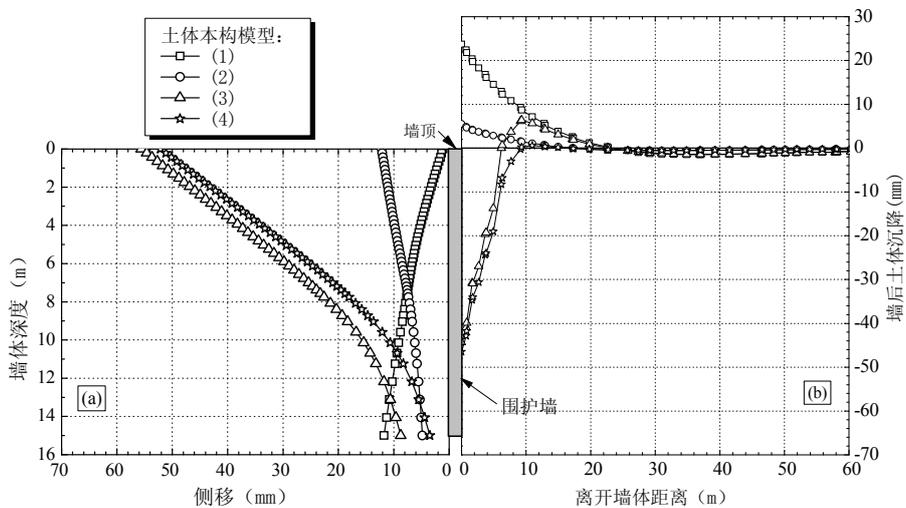


图 6-16 采用弹性和弹-理想塑性模型分析的墙体侧移与墙后地表竖向位移

(a) 墙体侧移; (b) 墙后土体沉降

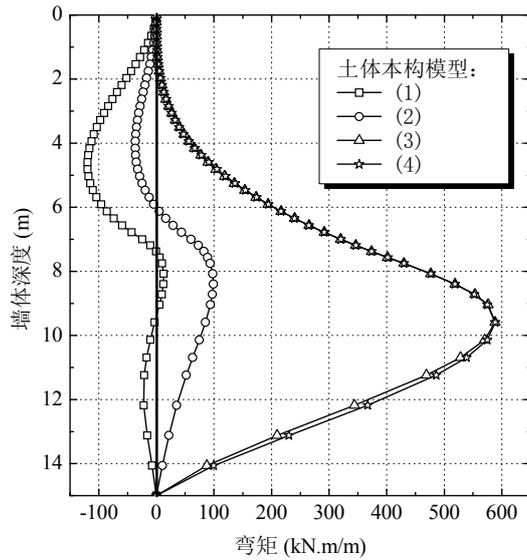


图 6-17 采用弹性和弹-理想塑性模型分析的墙体弯矩

Potts<sup>[16]</sup>指出, 采用应变硬化模型来模拟基坑开挖问题时, 则能较好地预测基坑变形的情况。修正剑桥模型、Plaxis Hardening Soil (HS) 模型均是硬化类型的本构模型, 因而其较弹-理想塑性模型更适合于基坑开挖的分析。图 6-18 为 Grande<sup>[17]</sup>采用不同模型分析一个开挖宽度为 6m、深度为 6m 的基坑所得到的墙后地表沉降情况, 可以看出 HS 模型较 Mohr-Coulomb 模型能更好地预测墙后地表的沉降。当然, 能反映土体在小应变时的变形特征的高级模型如 MIT-E3<sup>[18]</sup>模型等应用于基坑开挖分析时具有更好的适用性<sup>[19]</sup>, 但高级模型的参数一般较多, 且往往需要高质量的实验来确定参数, 因而直接应用于工程实践尚存在一定的距离。在不考虑模型参数的影响下, 根据模型本身的特点, 可以大致判断各种本构模型在基坑开挖分析中的适用性, 如表 6-8 所示, 可以作为基坑分析时选择本构模型的参考。

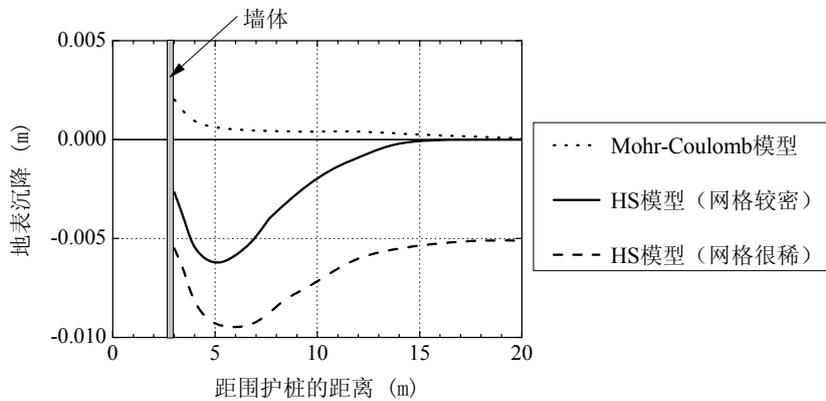


图 6-18 不同模型得到的墙后地表沉降情况 (Grande<sup>[16]</sup>)

各种本构模型在基坑开挖分析中的适用性

表 6-8

本构模型的类型		不适用	适合于初步分析	适合于较精确的分析	适合于高级分析
弹性模型	弹性模型	√			
	横观各向同性弹性模型	√			
	DC 模型		√		
弹-理想塑性模型	Tresca 模型		√		
	MC 模型		√		

	DP 模型		√		
硬化模型	MCC 模型			√	
	Plaxis HS 模型			√	
小应变模型	MIT-E3 模型				√

### 6.3.2 连续介质有限元法

连续介质有限元方法是一种模拟基坑开挖问题的有效方法，它能考虑复杂的因素如土层的分层情况和土的性质、支撑系统分布及其性质、土层开挖和支护结构支设的施工过程等。Clough<sup>[20]</sup>首次采用有限元方法分析了基坑开挖问题之后，经过三十多年的发展，该方法目前已经成为复杂基坑设计的一种非常流行的方法。随着有限元技术、计算机软硬件技术和土体本构关系的发展，有限元在基坑工程中的应用取得了长足的进步，出现了 EXCAV、PLAXIS、ADINA、CRISP、FLAC2D/3D、ABAQUS 等适合于基坑开挖分析的岩土工程专业软件。

#### 1. 基本原理

连续介质有限元方法包括平面和三维方法，平面有限元方法适合于分析诸如地铁车站等狭长形基坑。下面以平面应变为例说明有限元法的基本原理。对于基坑开挖工程，一般是在整个基坑中寻找具有平面应变特征的断面进行分析。对于长条形基坑或边长较大的方形基坑，一般可选择基坑中心断面，如图 6-19 (a)、(c) 所示。以中心断面为主，将开挖影响范围内的土体与支护结构离散，划分为许多的网格（如图 6-19 (b)、(d) 所示），每个网格称为单元，这些单元按变形协调条件相互联系，组成有限元体系。

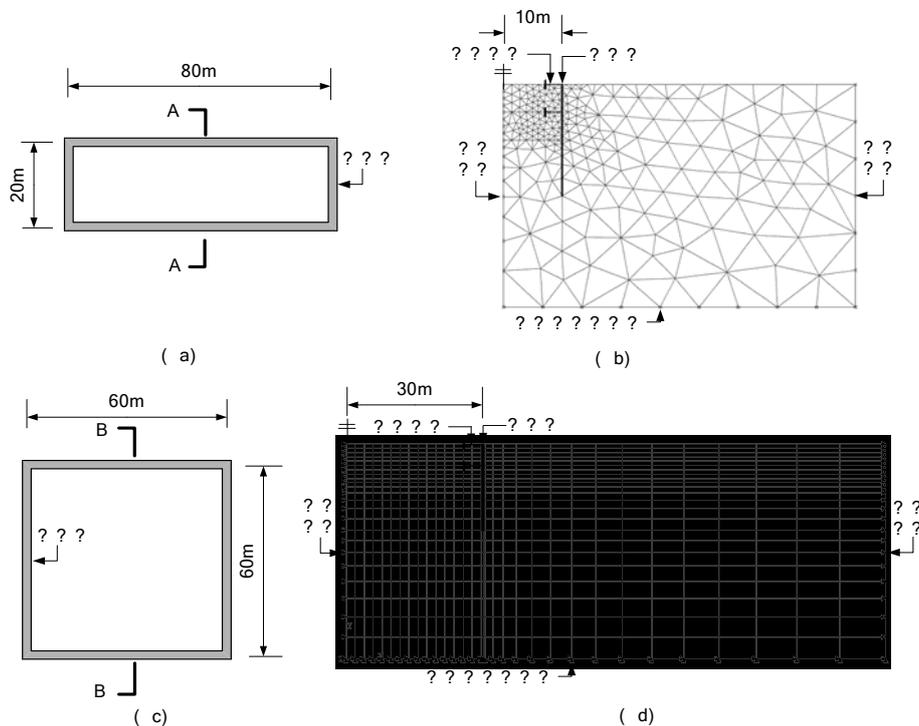


图 6-19 基坑开挖的有限元分析

(a) 长条形基坑平面图；(b) A-A 剖面网格图；(c) 方形基坑平面图；(d) B-B 剖面网格图

每个单元由一系列结点组成，每个结点有一系列自由度。对变形有限元而言，结点自由度为结点的位移分量（对于地下水渗流问题结点自由度为地下水头，对固结问题自由度则为超孔压和位移分量）。单元内任何一点的位移可以用单元结点的位移来表示：

$$\{u\}^e = [N]\{v\}^e \quad (6-12)$$

其中  $\{u\}^e$  ——单元内任一点的位移向量,  $\{u\}^e = \{u_x, u_y\}^T$ ;

$[N]$  ——插值函数矩阵;

$\{v\}^e$  ——结点位移向量,  $\{v\}^e = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}^T$ 。

由结点位移向量  $\{v\}^e$ , 可以求出单元内各点的应变:

$$\{\varepsilon\}^e = [B]\{v\}^e \quad (6-13)$$

式中  $\{\varepsilon\}^e$  ——单元内任意点的应变向量, 平面应变条件下  $\{\varepsilon\}^e = \{\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}\}^T$ ;

$[B]$  ——应变与结点位移的关系矩阵。

再由材料的本构关系 (即物理方程), 得到单元弹性矩阵  $[D]$ , 从而单元中任一点的应力可由结点的位移表示为:

$$\{\sigma\}^e = [D][B]\{v\}^e \quad (6-14)$$

根据虚功原理, 可推得单元的刚度矩阵为:

$$[K]^e = \int_V [B]^T [D][B] dV \quad (6-15)$$

建立每个单元的刚度矩阵, 然后将所有单元的刚度矩阵组装成总刚度矩阵  $[K]$ , 再计算开挖等引起的外力, 并将其转换成结点外力向量  $\{P\}$ , 利用平衡条件建立表达结构的力-位移的关系式, 即结构刚度方程:

$$[K]\{v\} = \{P\} \quad (6-16)$$

式中  $\{v\}$  ——因开挖产生的结点位移矩阵。

考虑几何边界条件作适当修改后, 采用高斯消去法或其它数值方法求解式 (6-16) 所示的高阶线性方程组, 得到所有的未知结点位移  $\{v\}$ 。然后根据 (6-12) 式得到单元内任一点的位移  $\{u\}$ ; 根据 (6-13) 式得到单元内任一点的应变; 根据 (6-14) 式得到单元内任一点的应力。这样就可得到整个模型内围护结构的位移和内力、地表的沉降、坑底土体的回弹等。

## 2. 平面有限元分析的单元类型

平面有限元分析中常用的单元类型有平面应变单元、梁单元、杆件单元及接触面单元。

### (1) 平面应变单元

平面应变单元按照单元的平面形状来分, 可分为三角形单元和四边形单元。常用的三角形单元有 3 结点单元、6 结点单元、10 结点单元和 15 结点单元。其中 3 结点单元内的应变为常数, 6 结点单元内的应变按线性变化, 10 结点单元内的应变变化为二次函数, 15 结点单元内的应变变化为三次函数。常用的四边形单元有 4 结点单元和 8 结点单元。同理, 4 结点单元内的应变按线性变化, 8 结点单元内的应变变化为二次函数。

当单元内的应变变化为线性时, 称单元为低阶单元, 当单元内的应变变化为二次或二次以上函数时, 则称单元为高阶单元。3 结点三角形单元、6 结点三角形单元、4 结点四边形单元为低阶单元; 而 10 结点三角形单元、15 结点三角形单元和 8 结点四边形单元则为高阶单元。高阶单元能较好地反映单元内应力或应变变化较大的情况, 因而较低阶单元更加精确。一般而言 15 结点三角形单元和 8 结点四边形单元已具有较高的精确度, 能满足一般基

坑开挖分析的精度要求。

平面应变单元一般用来模拟基坑开挖中的土体，也可以用来模拟基坑的挡土结构。当模拟基坑的挡土结构时，需沿着其厚度方向划分足够多的单元，以较精确地得到围护体的弯矩。需指出的是，此时围护体的弯矩需通过单元内积分点的应力计算得到，因此较为麻烦。

### (2) 梁单元

基坑中的围护结构如地下连续墙等板式结构需承受弯矩，在平面有限元模型里可用梁单元（线单元）来模拟。梁单元的每个节点具有三个自由度，即两个平移自由度（ $u_x, u_y$ ）和一个转动自由度（在x-y平面内的转角 $\phi_z$ ）。梁单元的结点数可考虑同与之接触的土体单元的结点数相对应，例如当土体采用3结点的三角形单元或4结点的四边形单元时，梁采用2结点的梁单元；当土体采用6结点的三角形单元或4结点的四边形单元时，梁采用3结点的梁单元，而当土体采用15结点的三角形单元时，梁采用5结点的梁单元。2结点梁单元为低阶梁单元，大于或等于3结点的梁单元为高阶梁单元。一般的基坑开挖中，采用2结点的梁单元已能满足计算的精度要求。图6-20为2结点梁单元示意图。

### (3) 杆件单元

杆件单元用来模拟支撑、锚杆等只能承受轴向力的构件。杆件单元每个结点只有一个自由度，即沿着杆件轴线方向的位移，如图6-21所示。2个结点的单元为低阶单元，高阶单元有3个及3个以上的结点。基坑开挖有限元分析中，采用2个结点的杆件单元足以达到精度要求。

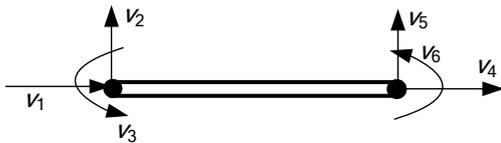


图 6-20 2 结点梁单元



图 6-21 2 结点杆件单元

### (4) 接触面单元

基坑工程中，围护体与土体存在相互作用。一方面围护结构与周围的土体在材料模量上差异很大；另一方面围护体如地下连续墙常用槽壁法施筑，由于墙体与土体之间残留着一层泥皮起润滑作用，使墙面抗剪强度降低<sup>[21]</sup>，因而在一定的受力条件下接触面之间可能发生相对滑移，这使得墙土接触面间的力学行为非常复杂。连续墙与土体的接触面性质对围护结构的变形和内力、坑外土体的沉降和沉降影响范围以及坑底土体的回弹会产生显著的影响。有限元法是在连续介质力学理论的基础上推导出来的分析方法，这种方法无法有效地评估材料间发生相对位移的受力和变形状态。因此基坑的有限元分析中，为使分析结果更加符合实际，一般利用接触面单元来处理这种考虑连续墙与土体的界面接触问题。

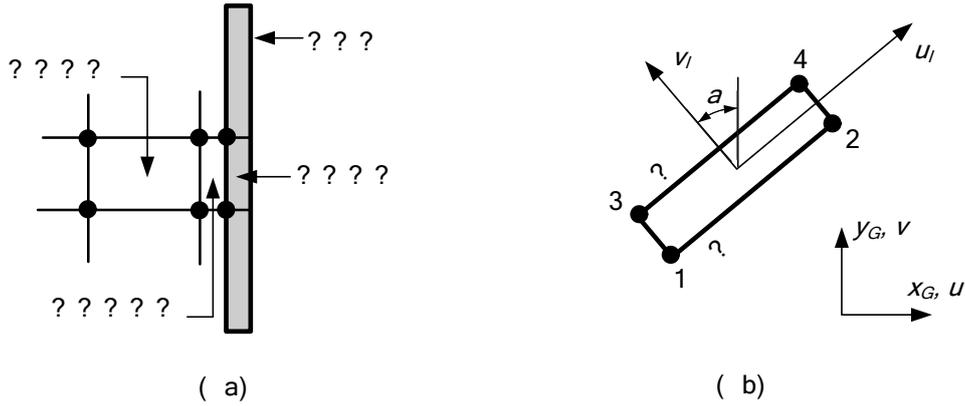


图 6-22 接触面单元设置及 Goodman 单元

(a)连续墙与土体之间的接触面单元设置；(b)Goodman 单元示意图

如图 6-22 (a) 所示，可在结构单元与土体之间增加一接触面单元。根据厚度选择，接触面单元可分为有一定厚度的薄层单元和无厚度的接触面单元。前者如 Desai<sup>[22]</sup>单元，后者如应用得最为广泛的 Goodman<sup>[23]</sup>单元。

图 6-22 (b) 为 Goodman 单元的示意图，单元具有 4 个结点，接触面上的应力由法向的正应力和切向剪应力两个分量组成。正应力  $\sigma$  和剪应力  $\tau$  分别与单元的正应变  $\varepsilon$  和剪应变  $\gamma$  相关，可用如下的本构关系表示：

$$\begin{bmatrix} \Delta\tau \\ \Delta\sigma \end{bmatrix} = [D] \begin{bmatrix} \Delta\gamma \\ \Delta\varepsilon \end{bmatrix} \quad (6-17)$$

对各向同性线弹性行为，矩阵  $[D]$  可表示为：

$$[D] = \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_n \end{bmatrix} \quad (6-18)$$

式中  $K_s$  ——接触沿切线方向的刚度系数；

$K_n$  ——接触沿法向的刚度系数。

接触面单元的应变可由单元的上表面和下表面的相对位移表示：

$$\begin{cases} \gamma = \Delta u_l = u_l^{bot} - u_l^{top} \\ \varepsilon = \Delta v_l = v_l^{bot} - v_l^{top} \end{cases} \quad (6-19)$$

$$\text{其中：} \begin{cases} u_l = v \sin \alpha + u \cos \alpha \\ v_l = v \cos \alpha - u \sin \alpha \end{cases} \quad (6-20)$$

式中  $u$  ——总体坐标下沿着  $x_G$  方向的位移；

$v$  ——总体坐标下沿着  $y_G$  方向的位移。

这样，就可以将单元的正应变  $\varepsilon$  和剪应变  $\gamma$  用总体坐标下的位移表示，如下式所示：

$$\begin{cases} \gamma = (v^{bot} - v^{top}) \sin \alpha + (u^{bot} - u^{top}) \cos \alpha \\ \varepsilon = (v^{bot} - v^{top}) \cos \alpha - (u^{bot} - u^{top}) \sin \alpha \end{cases} \quad (6-21)$$

接触面单元能较好地模拟土体与结构之间的相对位移，但由于接触面参数难以从常规的土工试验中得到，因此存在计算参数如何确定的问题。此外引进接触面单元后有时会产生数值计算的不稳定，因此需要谨慎对待。当不采用接触面单元时，可考虑将紧靠围护结构的土体划分成很小的单元，土体采用弹塑性本构关系时，这些很小的土体单元将很容易达到塑性状态，从而能产生较大的位移。虽然这种方法并不能完全模拟土体与结构的接触特性，但处理得当亦可以得到较为合理的分析结果。

### 3. 三维有限元分析

虽然在一般工程应用上，平面有限元分析能得到较合理的结果，但对于基坑短边的断面，或靠近基坑角部的断面，围护结构的变形和地表的沉降具有明显的空间效应，若采用平面应变有限元方法分析这些断面，将会高估围护结构的变形和地表的沉降。欧章煜<sup>[24]</sup>采用平面应变有限元方法和三维有限元方法对台北海华金融中心进行分析，结论是平面应变分析高估了连续墙的变形量，而采用三维有限元分析则得到了与实测很接近的结果。因此，要想更全面地掌握基坑本身的变形及基坑开挖对周边环境的影响的规律，需采用考虑土与结构共同作用的三维有限元分析方法。

考虑土与结构共同作用的三维有限元分析时应力包括全部六个分量，分析时所用的有限元理论、土的本构模型等均与平面连续介质有限元方法相同。与平面连续介质有限元方法不同的是，三维有限元方法需采用三维单元，例如土体需用三维的六面体单元、四面体单元等；围护结构与支撑楼板等需采用板单元，立柱与梁支撑等需采用三维梁单元来模拟。

在三维有限元分析中，要想得到较好的结果需考虑围护结构与土体的接触问题，并采用弹塑性的土体本构关系进行分析。考虑接触问题的三维弹塑性有限元分析的难度主要有如下几点：（1）有限元建模的复杂，模型需通盘考虑土层的分层情况、分步施工结构、分步挖土、接触面的设置等复杂因素；（2）有限元计算的收敛困难，较大规模单元量的三维弹塑性分析本身就是就存在难收敛的问题，而连续墙和土体的接触问题更是高度的非线性问题，往往使得分析更难以顺利进行；（3）基坑开挖分析需按实际情况分步进行，这使得完成一次分析过程更加耗费时间，因而计算成本高。

### 4. 总应力、有效应力分析和流固耦合分析

土单元的应力-应变关系，即本构关系，可以采用总应力表达式：

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon\} \quad (6-26)$$

式中  $\{\Delta\sigma\} = [\Delta\sigma_x, \Delta\sigma_y, \Delta\sigma_z, \Delta\tau_{xy}, \Delta\tau_{xz}, \Delta\tau_{yz}]^T$  ——总应力增量向量；

$\{\Delta\varepsilon\} = [\Delta\varepsilon_x, \Delta\varepsilon_y, \Delta\varepsilon_z, \Delta\gamma_{xy}, \Delta\gamma_{xz}, \Delta\gamma_{yz}]^T$  ——应变向量；

$[D]$  ——单元刚度矩阵。

采用不同的本构模型即有不同的  $[D]$ 。假设土为各向同性线弹性材料，则  $[D]$  矩阵为如下形式：

$$[D] = \frac{E}{1+\nu} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1/2-\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1/2-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1/2-\nu) \end{bmatrix} \quad (6-27)$$

式中  $E$  ——弹性模量；

$\nu$  ——泊松比。

根据加载速率和土的渗透性以及排水条件等的相互关系可将实际工程问题简化为：排水（drained）和不排水（fully undrained）问题。根据有效应力原理，总应力增量  $\{\Delta\sigma\}$  可表示

为：

$$\{\Delta\sigma\} = \{\Delta\sigma'\} + \{\Delta\sigma_f\} \quad (6-28)$$

式中  $\{\Delta\sigma_f\} = \{\Delta u \ \Delta u \ \Delta u \ 0 \ 0 \ 0\}^T$  ——超静孔隙水压力。

在排水条件下，孔隙水压力不发生变化，即  $\Delta u = 0$ 。根据有效应力原理，则有效应力增量等于总应力增量，即  $\Delta\sigma' = \Delta\sigma$ 。此时  $[D]$  矩阵应采用有效应力指标。例如对各向同性线弹性材料，此时弹性模量  $E$  和泊松比  $\nu$  应分别取值排水弹性模量  $E'$  和排水泊松比  $\nu'$ 。

在不排水条件下对土体施加外荷载后，土体内孔隙水压力发生变化， $\Delta u \neq 0$ 。若不需要求得孔隙水压力增量  $\Delta u$ ，则直接采用如式 (6-26) 的总应力分析方法和相应的总应力参数，即  $[D]$  矩阵中为不排水弹性模量  $E_u$  和不排水泊松比  $\nu_u$ 。对饱和土而言，不排水条件下土体不发生体积变形。若土体假设为各向同性线弹性材料，则此时泊松比  $\nu_u$  等于 0.5。在实际数值计算中，取泊松比  $\nu_u$  等于 0.5 会导致数值问题。因此，通常数值分析中泊松比  $\nu_u$  取大于 0.49 但不等于 0.5 的数值<sup>[25]</sup>。

采用上述总应力分析方法只能得到不排水条件下总应力的变化，而无法得到土体内孔隙水压力的变化，因此有必要采用有效应力分析方法。假设土颗粒和水应变量相等，则有效应力增量和超静孔隙水压力可分别表示如下：

$$\{\Delta\sigma'\} = [D']\{\Delta\varepsilon\} \quad (6-29)$$

$$\{\Delta\sigma_f\} = [D_f]\{\Delta\varepsilon\} \quad (6-30)$$

式中  $[D']$  ——有效应力刚度矩阵；

$[D_f]$  ——孔隙水刚度矩阵。

由于水不能受剪切， $[D_f]$  有如下形式：

$$[D_f] = K_e \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6-31)$$

式中  $K_e$  ——孔隙水等效刚度。

将上式代入 (6-30)，可得：

$$\Delta u = K_e(\Delta\varepsilon_x + \Delta\varepsilon_y + \Delta\varepsilon_z) = K_e\Delta\varepsilon_v \quad (6-32)$$

式中  $\Delta\varepsilon_v$  ——土体的体应变。

假设土的孔隙率为  $n$ ， $K_s$  为土颗粒的体积变形模量， $K_f$  为水的体积变形模量。则单位体

积土体的体应变可视为超静孔隙水压力对水和土颗粒压缩所产生的：

$$\Delta\varepsilon_v = \frac{n}{K_f} \Delta u + \frac{(1-n)}{K_s} \Delta u \quad (6-33)$$

由式(6-32)和式(6-33)可得如下关系式：

$$K_e = \frac{1}{\frac{n}{K_f} + \frac{(1-n)}{K_s}} \quad (6-34)$$

因此，当采用有效应力分析方法对不排水问题进行分析时，只需给定合理的有效应力刚度矩阵和孔隙水等效刚度  $K_e$  即可由式(6-29)和式(6-30)求得有效应力和孔隙水压力。

Potts<sup>[25]</sup>认为对饱和土而言，只要  $K_e$  的取值足够大， $K_e$  的取值对计算结果差别不大，建议取为 100~1000 倍排水体积变形模量  $K'$ 。

基坑开挖工程中，实际上土体变形、应力状态变化以及孔隙水压力的变化是随时间逐渐发展且相互影响的。存在于土体中的孔隙水压力，影响到土颗粒之间的平衡状态，而应力状态的改变又影响到孔隙介质中流体的渗流，这就是渗流与应力耦合作用。根据质量守恒原理和达西定律，以饱和土的水流连续性建立渗流连续方程，同时联立应力平衡方程，可以建立以位移和孔隙水压力为未知量的渗流-应力耦合基本方程。

在土体内取平行六面单元体 (如图 6-23 所示)，各边长度为  $\Delta x$ 、 $\Delta y$ 、 $\Delta z$ 。沿坐标轴  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的渗透速度分量为  $q_x$ 、 $q_y$ 、 $q_z$ 。根据质量守恒定律可得渗流的连续性方程：

$$-\left(\frac{\partial \rho q_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho q_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho q_z}{\partial z}\right) \Delta x \Delta y \Delta z = \frac{\partial}{\partial t} (\rho n \Delta x \Delta y \Delta z) \quad (6-35)$$

式中  $n$ ——孔隙率；

$\rho$ ——水的密度。

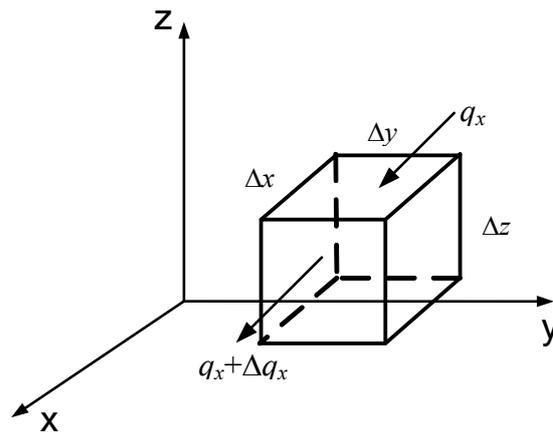


图 6-23 渗流单元体

在土体中取一微分单元体，若体积力只考虑重力，则应力平衡微分方程为：

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = -\gamma \end{cases} \quad (6-36)$$

式中 $\gamma$ ——土的重度。

根据有效应力原理，上式可写为：

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma'_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma'_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma'_z}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial z} = -\gamma \end{cases} \quad (6-37)$$

将土的本构关系 $\{\sigma'\} = [D']\{\varepsilon\}$ 代入上式，这里采用线弹性模型，可得：

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= 2G \left( \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_v + \varepsilon_x \right) \\ \sigma'_y &= 2G \left( \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_v + \varepsilon_y \right) \\ \sigma'_z &= 2G \left( \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_v + \varepsilon_z \right) \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \quad \tau_{yz} = G\gamma_{yz} \quad \tau_{zx} = G\gamma_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (6-38)$$

式中 $G$ ——剪切模量， $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ；

$\nu$ ——泊松比；

$\varepsilon_v$ ——土体的体应变。

要说明的是本构关系不一定要限于线弹性，还可以推广到弹性非线性和弹塑性模型， $[D]$ 可以根据所选模型来确定。

利用几何方程将应变 $\{\varepsilon\}$ 表示成位移 $\{w\}$ 。在小变形假定下，几何方程为：

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= -\frac{\partial w_x}{\partial x}, \quad \varepsilon_y = -\frac{\partial w_y}{\partial y}, \quad \varepsilon_z = -\frac{\partial w_z}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= -\left( \frac{\partial w_x}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial x} \right), \quad \gamma_{yz} = -\left( \frac{\partial w_z}{\partial y} + \frac{\partial w_y}{\partial z} \right), \quad \gamma_{zx} = -\left( \frac{\partial w_x}{\partial z} + \frac{\partial w_z}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6-39)$$

将式(6-39)代入式(6-38)，再代入式(6-37)，就得出以位移和孔隙水压力表示的平衡微分方程：

$$\begin{cases} -G\nabla^2 w_x - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ -G\nabla^2 w_y - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ -G\nabla^2 w_z - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial z} = -\gamma \end{cases} \quad (6-40)$$

式中  $\nabla^2$ ——拉普拉斯算子,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。

式 (6-40) 是弹性问题的方程, 对于弹塑性问题, 可以根据弹塑性问题选用的本构模型代入求得, 只是方程非常复杂, 这里不再给出具体的方程。

根据达西定律, 有:

$$q_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad q_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad q_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (6-41)$$

式中  $k_x$ 、 $k_y$ 、 $k_z$ ——三个坐标轴方向的渗透系数;

$h$ ——水头,  $h = \frac{u}{\gamma_w} + z$ ;

$\gamma_w$ ——水容重。

若不考虑水的可压缩性, 单位时间土体的压缩量等于单元体表面的流量变化之和, 即

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \quad (6-42)$$

将式 (6-41)、式 (6-42) 和式 (6-39) 代入式(6-35)则得以位移和孔隙水压力表示的土体内渗流连续性方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) - \frac{1}{\gamma_w} \left( k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (6-43)$$

饱和土体中任一点的孔隙水压力和位移随时间的变化, 须同时满足应力平衡方程和渗流连续性方程, 将式 (6-40) 和式 (6-43) 联立起来就是渗流-应力耦合基本方程。

$$\begin{cases} -G\nabla^2 w_x - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \\ -G\nabla^2 w_y - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \\ -G\nabla^2 w_z - \frac{G}{1-2\nu} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + \frac{\partial u}{\partial z} = -\gamma \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) - \frac{1}{\gamma_w} \left( k_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = 0 \end{cases} \quad (6-44)$$

有关渗流-应力耦合基本方程的有限元离散方程的建立和求解这里不展开讨论。

### 6.3.3 其它数值分析方法

有限差分法也是基坑工程中常用的数值分析方法。有限差分法将求解域划分为差分网格, 用有限个网格节点代替连续的求解域, 以 Taylor 级数展开等方法, 把控制方程中的导数用网格节点上的函数值的差商代替进行离散, 从而建立以网格节点上的值为未知数的代数方程组, 是一种直接将微分问题变为代数问题的近似数值解法。

有限差分法与有限元方法一样,都是将求解偏微分方程的问题转化为求解线性代数方程组的问题。二者的不同之处在于,有限元法是根据变分原理或方程余量与权函数正交化原理,建立与微分方程初边值问题等价的积分表达式,而有限差分法则是将有限个差分方程代替偏微分方程。

目前在岩土工程领域应用较为广泛的有限差分计算程序主要是美国 ITASCA 公司开发的基于快速拉各朗日法的显式有限差分岩土工程分析商用软件 FLAC (Fast Lagrangian Analysis of Continua)。拉格朗日法本来是研究流体力学质点运动的方法之一,即随流观察的方法,着眼于某一个流体质点,研究它在一段时间内的运动轨迹和运动特性和力学特性(如速度、加速度、压力等)。将拉格朗日法运用到固体力学领域,把所研究的区域划分为网格,将网格的节点看作流体质点,按时步用拉格朗日法来研究网格节点的运动,即在求解过程中坐标系会不断更新,这就是拉格朗日法。这种方法擅长求解非线性的大变形问题。

FLAC 采用显式的方法计算运动方程(图 6-24)。每个时步调用运动方程从应力和外力导出了新的速度和位移。根据速度导出应变速率,再由应变速率得出新的应力。

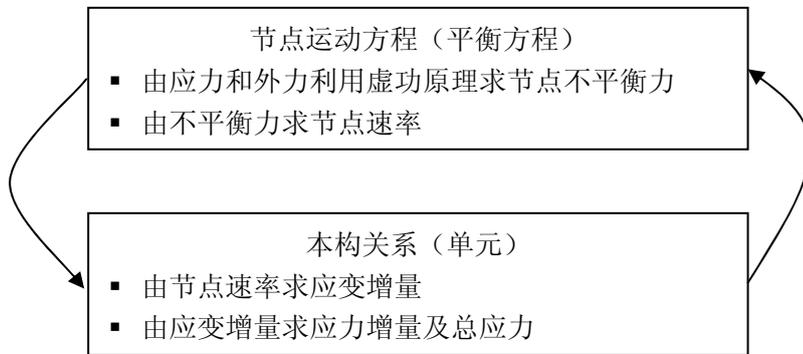


图 6-24 FLAC 的显式计算循环

## 6.4 工程计算实例

### 6.4.1 上海银行大厦基坑工程

#### 1. 工程概况

上海银行大厦主体结构由一栋 3 层裙楼和一朵 46 层框筒结构的主楼组成。设地下室 3 层。现场自然地面绝对标高为 3.850m, 建筑标高±0.000=+4.100m。基础形式均采用桩筏基础, 底板面设计标高均为-14.000m, 主楼底板厚度为 3.2m, 裙楼部分底板厚 1m。基坑开挖深度为主楼区 17.15m, 裙楼区 14.95m, 基坑面积为 7454m<sup>2</sup>。基坑平面如图 6-25 所示。

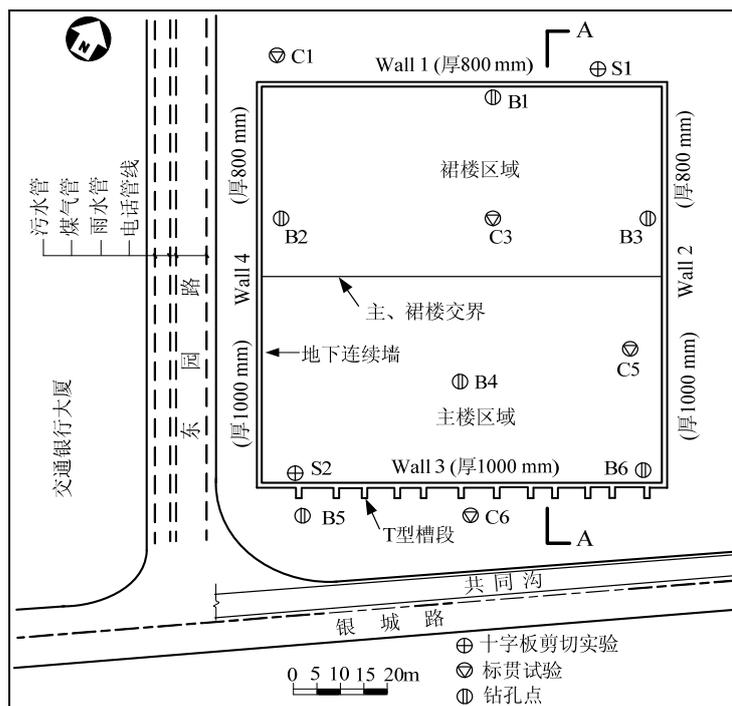
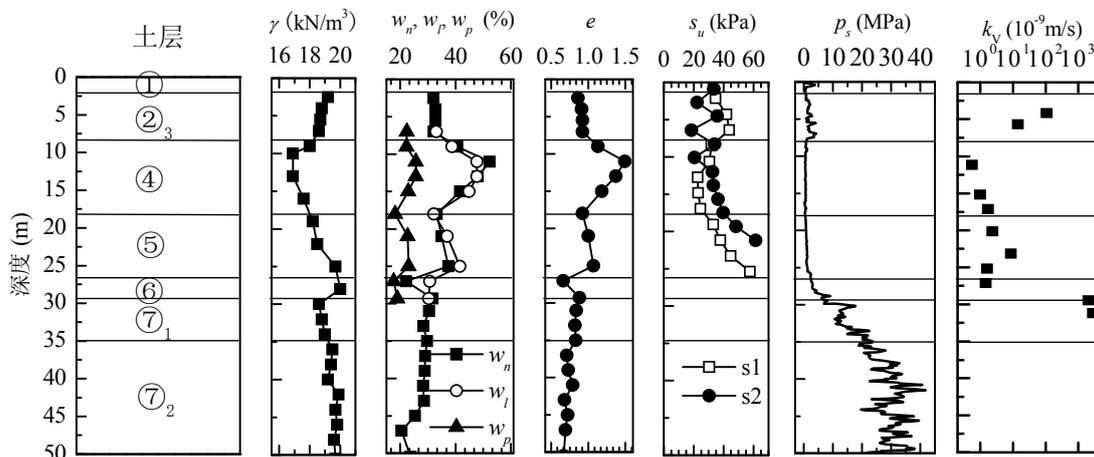


图 6-25 基坑平面布置图

根据地质勘察报告<sup>[26]</sup>，勘察所揭露的 120.31m 深度范围内的地基土主要由饱和粘性土、粉砂土、砂土组成，自上而下依次为①填土层，②<sub>3</sub> 褐灰色砂质粉土夹粘质粉土、④淤泥质粘土、⑤灰色粉质粘土、⑥暗绿色粉质粘土、⑦<sub>1</sub> 草黄色砂质粉土夹粉砂、⑦<sub>2</sub> 草黄~灰色粉细砂。图 6-26 给出了各土层的部分物理力学指标。场地浅部地下水属潜水类型，稳定水位埋深为 0.2~0.65m，相应标高为 3.67~3.38m。⑦<sub>1</sub> 和⑦<sub>2</sub> 层为上海地区第一承压含水层，勘察测得其承压水位为 10.8~13.1m。



说明： $\gamma$ =重度， $w_n$ =含水量， $w_p$ =塑限， $w_l$ =液限， $e$ =孔隙比， $s_u$ =十字板剪切强度， $p_s$ =静力触探锥尖阻力， $k_v$ =竖向渗透系数。

图 6-26 各土层的部分物理力学指标

基坑围护结构采用两墙合一的地下连续墙。主楼部分地下连续墙厚 1m，东西侧采用直型槽段，有效长度 32.5m；南侧由直型槽段改为 T 型槽段（其抗弯刚度相当于厚度为 1.3m 的直型槽段连续墙的抗弯刚度）。裙楼部分地下连续墙厚 0.8m，有效长度 26.15m。基坑沿着竖向设置三道钢筋混凝土支撑，主楼侧在坑底以下 5m 深和 5m 宽范围内采用水泥土搅拌桩加固。支撑系统竖向布置如图 6-27 所示。表 6-9 为基坑工程施工程序。

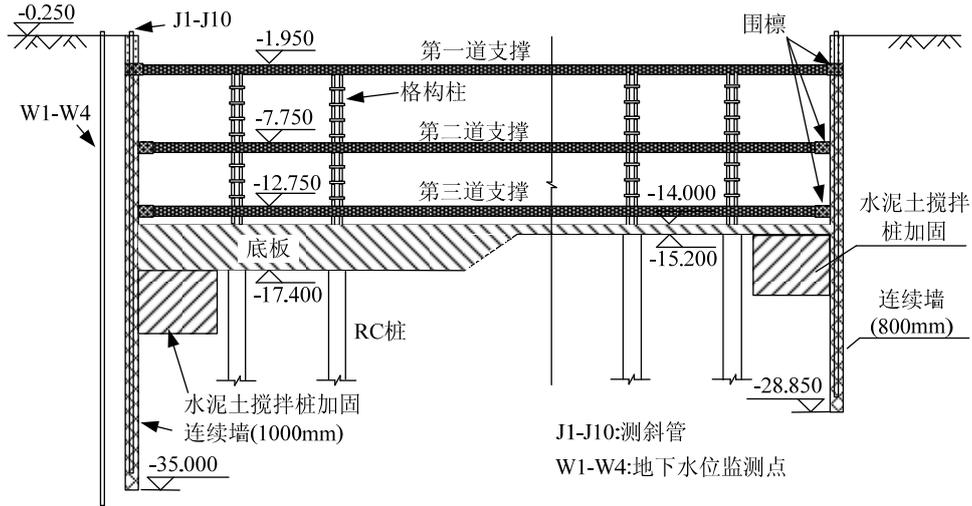


图 6-27 围护结构剖面图 (单位: m)

基坑施工程序

表 6-9

工况	时间 (天)	施工内容
stage0	61	施工地下连续墙和工程桩
stage1	10	挖至-2.7m, 浇筑第一道砼围檩与砼支撑
stage2	22	分层开挖至-8.5m, 浇筑第二道砼围檩与钢筋混凝土支撑
stage3	16	分层开挖至-13.5m, 浇筑第三道砼围檩与钢筋混凝土支撑
stage4	10	分层开挖至坑底 (裙楼-15.2m, 主楼-17.15m), 浇筑 200 厚混凝土垫层
stage5	31	浇筑主、裙楼基础底板
stage6	9	待基础底板达到设计强度的 80%, 拆除第三道支撑
stage7	18	浇筑地下二层梁板(-9.500 标高), 并在结构缺失处设置临时支撑
stage8	9	待达结构梁板达到设计强度的 80%, 拆除第二道支撑
stage9	9	浇筑地下一层梁板(-5.500 标高), 并在结构缺失处设置临时支撑
stage10	9	待达结构梁板达到设计强度的 80%, 拆除第一道支撑
stage11	11	施工基础结构顶板, 待达到设计强度后, 再拆除内部临时支撑

## 2. 平面弹性地基梁法分析

采用平面竖向弹性地基梁方法分析围护结构的受力和变形。表 6-10 给出了计算所用的各土层的物理力学指标, 其中  $c$ 、 $\varphi$  为三轴固结不排水实验结果,  $m$  值按上海地区经验取值。

土层分布与计算参数

表 6-10

土层	层厚(m)	重度(kN/m <sup>3</sup> )	$c$ (kPa)	$\varphi$ (°)	$m$ (kN/m <sup>4</sup> )
①填土	1.78	18	0	22	1000
② <sub>3</sub> 砂质粉土夹粘质粉土	7.45	18.8	5	30	2000
④淤泥质粘土	8.85	17.2	14	11	1000
⑤粉质粘土	6.6	18.5	12	19	2000
⑥粉质粘土	3.7	20	51	18	4000
⑦ <sub>1</sub> 砂质粉土夹粉砂	4.7	18.9	4	30	4000
⑦ <sub>2</sub> 粉细砂	39	19.2	1	36	6000
坑底水泥土搅拌桩加固	5	20	16	25	4000

主楼南侧 T 型槽段的连续墙用 1.3m 厚的直型槽段连续墙等代，考虑地表均布超载 20kPa，计算简图如图 6-28 所示。为了得到用于平面竖向弹性地基梁法计算的弹性支撑的刚度，考虑在围檩上施加单位分布荷载  $p=1\text{kN/m}$ ，采用杆系有限元法计算得到围檩各结点上的平均位移，进而得到三道支撑的平均支撑刚度。水平支撑的等效弹簧刚度取值如下：第一道支撑为  $39.68\text{MN/m}^2$ ，第二道和第三道支撑均为  $52.36\text{MN/m}^2$ 。计算中主动侧土压力的计算采用水土分算，在开挖面以上按三角形分布，在开挖面以下按矩形分布。

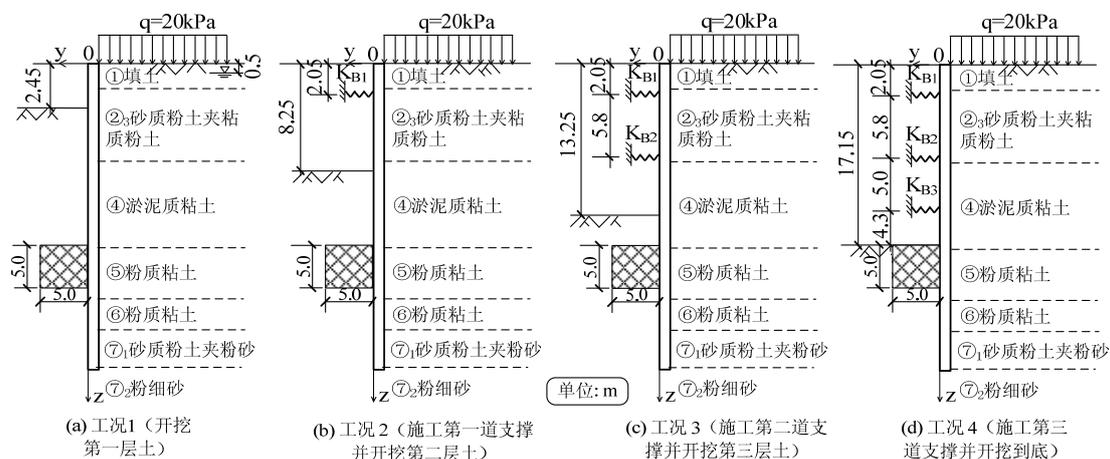


图 6-28 主楼侧基坑施工程序与围护结构计算简图

图 6-29 为主楼南侧地下连续墙在各个工况下的侧移、剪力和弯矩情况。第一次挖土为无支撑开挖，连续墙的变形类似于悬臂梁的变形；以后各工况随着开挖深度的增大连续墙的变形逐渐增大，在支设了水平支撑后变形向下发展。开挖到坑底以后最大侧移为  $40.8\text{mm}$ ，最大正弯矩为  $3239\text{kN}\cdot\text{m/m}$ ，最大负弯矩为  $1351\text{kN}\cdot\text{m/m}$ ，而最大剪力为  $701\text{kN/m}$ 。开挖至坑底时第一、二、三道支撑的反力分别为  $461\text{kN/m}$ 、 $721.5\text{kN/m}$  和  $550.4\text{kN/m}$ 。

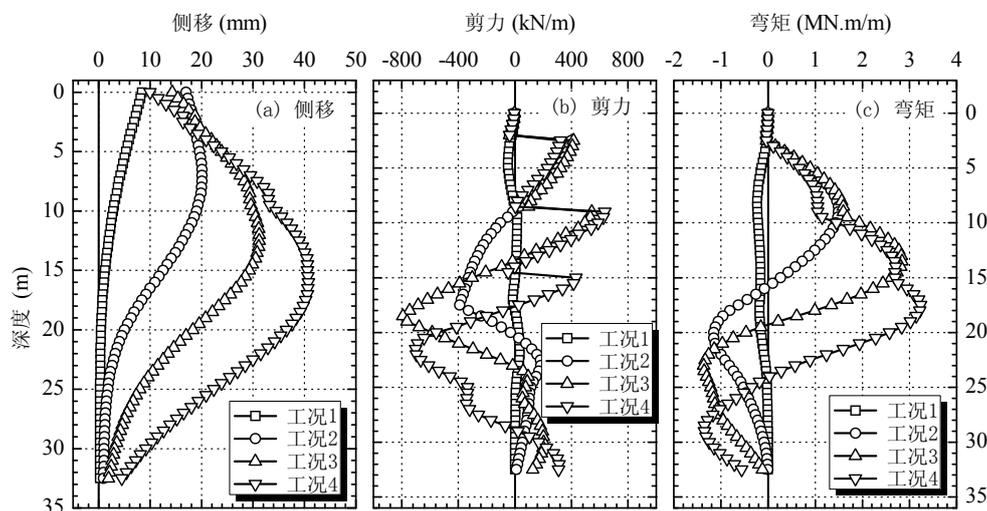


图 6-29 主楼南侧连续墙在各个工况下的侧移、剪力和弯矩

### 3. 平面连续介质有限元法分析

采用平面应变有限元模拟基坑北侧裙楼区域的施工过程，所用的分析软件为 **Plaxis**。考虑沿基坑中部选取计算断面。在水平方向，模型的坑内部分自连续墙延至基坑的中心，坑外部分自连续墙向外延伸  $100\text{m}$ ；竖直方向按实际情况分层设置土层，并自坑底向下延伸  $55.05\text{m}$ 。土体采用 15 结点的三角形单元模拟，地下连续墙采用梁单元模拟，水平支撑采用弹簧单元模拟。竖向边界约束水平位移，下边界约束水平和竖直方向的位移。图 6-30 为有

限元模型图。

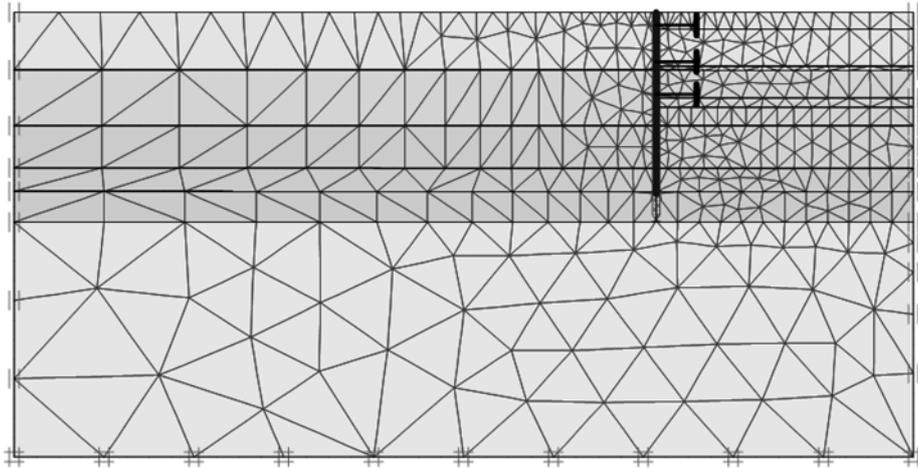


图 6-30 北侧裙楼区域平面有限元网格

土体的本构模型采用 Plaxis HS 模型，有关计算参数如表 6-12 所示。地下连续墙的抗弯刚度为  $EI=1.024 \times 10^6 \text{kNm}^2/\text{m}$ ，抗压刚度  $EA=1.92 \times 10^7 \text{kN/m}$ 。第一道支撑的弹簧刚度为  $39.68 \text{MN/m}^2$ ，第二、三道支撑的弹簧刚度为  $52.36 \text{MN/m}^2$ 。连续墙与土体的相互作用采用 Plaxis 软件中的接触面单元<sup>[27]</sup>来模拟，该接触面单元为 Goodman 单元，切线方向服从 Mohr-Coulomb 破坏准则。由于接触面的强度参数一般要低于与其相连的土体的强度参数，该软件考虑用一个折减系数  $R_{\text{inter}}$  来描述接触面强度参数与所在土层的摩擦角和粘聚力之间的关系，各土层的接触面参数  $R_{\text{inter}}$  亦在表 6-11 中给出。有限元分析过程如表 6-12 所示。

北侧裙楼基坑的土层计算参数 表 6-11

参数	①、② <sub>3</sub>	④	⑤	⑥	⑦ <sub>1</sub>	⑦ <sub>2</sub>
层厚 (m)	10.23	8.85	6.6	3.7	4.7	35.92
$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	18.8	17.2	18.5	20	18.9	19.2
$c$ (kPa)	6	14	5	31	1	1
$\varphi$ (°)	29	12	22	19	31	33
$\psi$ (°)	0	0	0	0	0	0
$E_{50}^{\text{ref}}$ (MPa)	15	4.62	10.0	12.5	21.16	32.1
$E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$ (MPa)	7.5	2.39	5.0	6.25	10.58	16.05
$m$	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
$E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$ (MPa)	75	23.1	50	62.5	105.8	160.5
$\nu$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2
$p^{\text{ref}}$ (kPa)	100	100	100	100	100	100
$K_0$	0.515	0.79	0.63	0.67	0.49	0.45
$R_{\text{inter}}$	0.65	0.65	0.65	0.65	0.7	0.7

北侧裙楼基坑有限元分析过程 表 6-12

计算荷载步	工况
Step0	模拟土体在自重作用下的应力场
Step1	施工地下连续墙
Step2	开挖至 2.25m 深度

Step3	施工第一道支撑
Step4	开挖至 8.25m 深度
Step5	施工第二道支撑
Step6	开挖至 13.25m 深度
Step7	施工第三道支撑
Step8	开挖至 14.95m 深度

图 6-31 为连续墙在各工况下的剪力和弯矩计算值。开挖到坑底时，最大正剪力和负剪力分别为 405kN/m 和 410kN/m，而最大的正弯矩和负弯矩则分别为 681 kN.m/m 和 1434 kN.m/m。

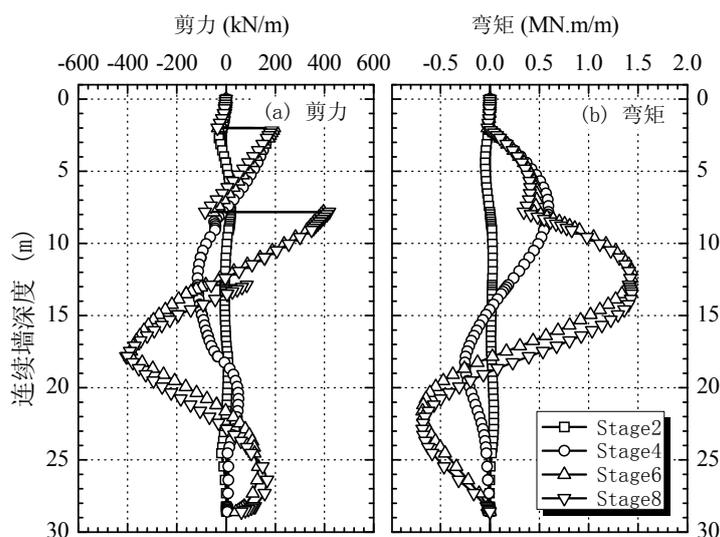


图 6-31 连续墙在各个工况下的剪力和弯矩的计算值

#### 6.4.2 上海世博地下变电站基坑工程

##### 1. 工程概况

上海世博 500kV 地下变电站工程位于上海市静安区成都北路、北京西路、山海关路和大田路围成的区域之中，是国内首座大容量全地下变电站。根据地质勘察报告<sup>[28]</sup>，场地浅层 30m 深度范围以上主要为压缩性较高、强度较低的软粘土层，30m 以下为土性相对较好的粉砂层和粘土层互层，自上而下依次为：①<sub>1</sub> 人工填土、② 灰黄色粉质粘土、③ 灰色淤泥质粉质粘土、④ 灰色淤泥质粘土、⑤<sub>1-1</sub> 灰色粘土、⑤<sub>1-2</sub> 灰色粉质粘土、⑥<sub>1</sub> 暗绿~草黄色粉质粘土、⑦<sub>1</sub> 草黄~灰色砂质粉土、⑦<sub>2</sub> 灰色粉砂、⑧<sub>1</sub> 灰色粉质粘土、⑧<sub>2</sub> 灰色粉质粘土与粉砂互层、⑧<sub>3</sub> 灰色粉质粘土与粉砂互层、⑨<sub>1</sub> 灰色中砂、⑨<sub>2</sub> 灰色粗砂、⑩ 青灰色粘质粉土。场地内地基土的主要物理力学参数如下表 6-13。

土层主要物理力学参数

表 6-13

层序	地层名称	平均层厚 (m)	直剪固快		孔隙比 e	含水率 W (%)	实测标贯击数 (击)	静力触探	
			粘聚力 c	内摩擦角 φ				比贯入阻力 P <sub>s</sub> (MPa)	锥尖阻力 q <sub>c</sub> (MPa)
②	粉质粘土	1.67	15.7	15.8	0.958	34.4	---	0.72	0.66
③	淤泥质粉质粘土	1.51	7.4	14.7	1.317	46.6	3.4	0.71	0.55
④	淤泥质粘土	7.01	7.2	17.2	1.358	48.1	2.6	0.65	0.53

⑤ <sub>1-1</sub>	粘土	6.93	12.3	12.3	1.091	38.3	4.3	0.94	0.72
⑤ <sub>1-2</sub>	粉质粘土	4.25	6.8	13.9	1.032	35.4	6.5	1.30	0.98
⑥ <sub>1</sub>	粉质粘土	5.38	30.7	13.5	0.753	26.1	14.6	2.78	1.94
⑦ <sub>1</sub>	砂质粉土	3.94	7.9	29.8	0.852	30.5	28.1	12.19	9.71
⑦ <sub>2</sub>	粉砂	6.51	3.6	31.7	0.772	27.5	50.1	23.23	19.28
⑧ <sub>1</sub>	粉质粘土	8.32	13.9	23.2	1.052	37.2	9.7	2.38	1.41
⑧ <sub>2</sub>	粉质粘土与粉砂互层	14.76	12.3	23.8	0.992	34.6	15.5	3.45	2.35
⑧ <sub>3</sub>	粉质粘土与粉砂互层	13.08	14.1	24.4	0.902	30.7	---	5.98	6.00
⑨ <sub>1</sub>	中砂	3.99	4.5	30.8	0.582	18.6	62.0	---	---
⑨ <sub>2</sub>	粗砂	4.90	5.3	33.0	0.544	16.7	83.4	---	---

变电站为全地下四层筒型结构，地下室顶板埋入地下约 2m。地下建筑直径（外径）为 130 米，基坑开挖深达 33.7 米。采用两墙合一地下连续墙作为基坑周边围护结构，墙厚 1.2m，入土深度 23.8m，有效长度 54.0m。坑内利用四层地下结构梁板作为围护结构的内支撑系统，并架设三道临时环形内支撑系统。基坑剖面图如图 6-32 所示。基坑实施过程为从上往下依次逆作各层地下室结构梁板，和各道临时环形内支撑；待挖至基底浇筑基础底板后拆除或结合结构的布置保留局部环形支撑。从而完成整体地下结构的施工。

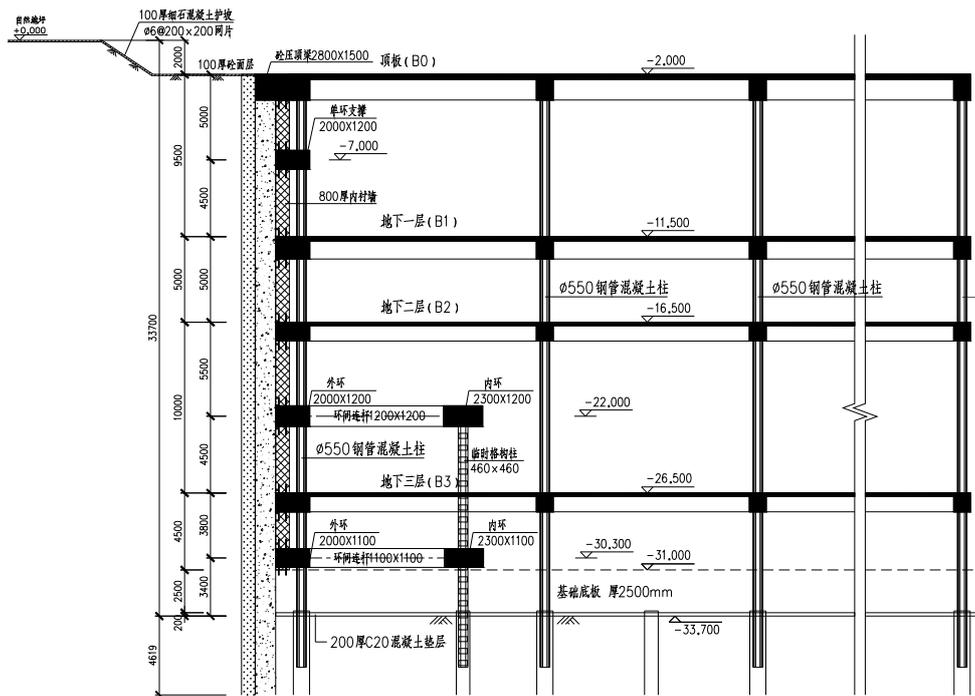


图 6-32 基坑围护结构剖面图

本基坑工程开挖面积大，开挖深，属上海少有的超深大基坑。地下连续墙围护体呈大直径圆筒形，支护结构既利用主体结构楼板又增设圆环形内支撑，整个围护体系相对复杂。对于常规的工程，三维与平面解答可能只存在数值大小的差别，受力状态并无质的不同。但对于一些平面特殊的工程，三维解答可能会导致受力模式的变化，如果仍按平面计算结果进行设计，很有可能会影响到工程的安全性。就本工程而言，在力学模型上，更倾向于将其简化为四周受围压的圆筒问题。当承受围压时，圆筒就会通过产生环向的轴力来抵抗外压，这是由圆形结构体系固有的传力路径与承载特性所决定的。仅采用竖向平面问题来计算，就不能反映圆筒结构的这种特性。根据本工程的特殊结构型式，有必要按进行空间分析。下面分别

采用空间弹性地基板法和三维连续介质有限元法进行分析。

## 2. 空间弹性地基板法分析

### (1) 计算模型和材料物理力学参数

模型基本参数：基坑开挖的平面为直径 130m 的圆，开挖深度为 33.7m，采用地下连续墙作为挡土结构，插入深度 23.8m，有效长度 55.5m。采用四层地下室楼板配合三道环梁支撑作为水平抗力构件，其中第一道为单环梁支撑，第二、三道为双环梁支撑，各道地下室楼板按梁板体系折算。模型中连续墙单元环向划分密度为 1.021m，竖向划分密度为 0.5m。地下连续墙、各道逆作楼板采用 4 节点板单元模拟；各道环梁采用空间梁单元模拟，土体采用弹簧单元模拟。有限元计算模型网格见图 6-33~图 6-36。

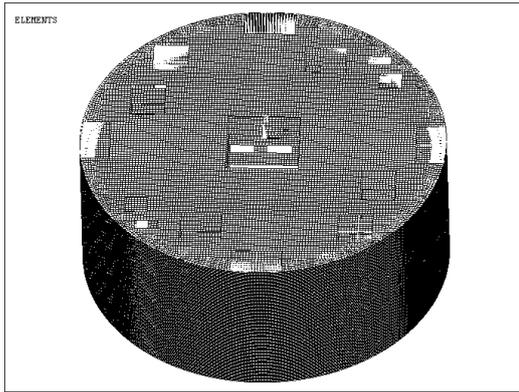


图 6-33 整体有限元网格

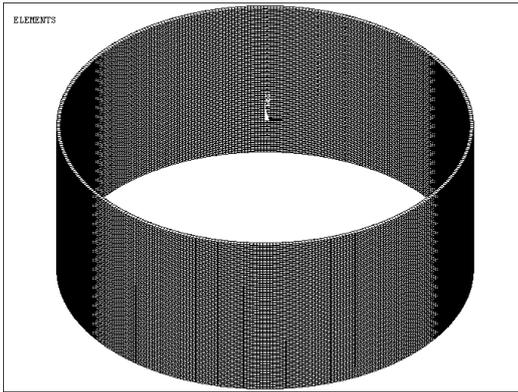


图 6-34 地下连续墙有限元网格

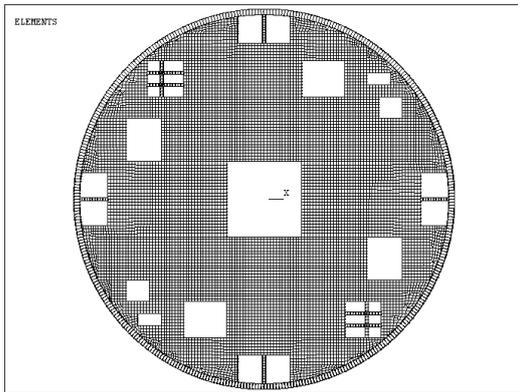


图 6-35 压顶圈梁、B0 板及临时支撑有限元网格

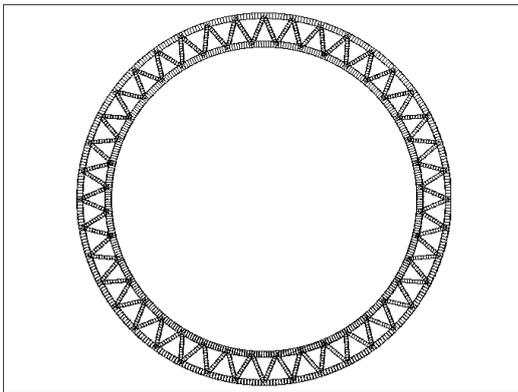


图 6-36 第二、三道双环梁有限元网格

各土层的分析参数参考勘察报告，水平向基床系数  $m$  的取值参考规范结合经验选取，如表 6-14 所示。结构构件假定为线弹性材料，材料参数按 C30 混凝土选取，弹性模量  $E=3 \times 10^{10} \text{Pa}$ ，泊松比  $\nu=0.15$ 。土压力计算采用水土分算，连续墙外侧主动土压力按照《基坑工程设计规范（上海市标准）》（DBJ08-61-97）计算，地面超载取 20kPa。水压力考虑为静水压力，不考虑渗流的影响。土层分八层开挖，共八个荷载步。表 6-15 为各荷载步模拟内容。

土层物理力学参数表

表 6-14

土层	层底标高(m)	层厚(m)	重度(kN/m <sup>3</sup> )	$\varphi$ (°)	C(kPa)	$m$ (kN/m <sup>4</sup> )	$k_{\max}$ (kN/m <sup>3</sup> )
1-1	-3.2	3.2	18	22	0	1500	3000
2	-3.4	0.2	19.1	16.8	21.7	2500	5000
3	-10.5	7.1	17.8	16.3	10.1	2000	5000
4	-17.5	7	17.2	14.2	6.7	1500	3000

5-1-1	-21.3	3.8	18.2	11	12	3000	7000
5-1-2	-27.5	6.2	18.2	19.7	8.4	3000	9000
6-1	-31.6	4.1	19.6	14.4	43.3	6000	15000
7-1	-37.5	5.9	19.1	31.2	5	7000	35000
7-2	-45.3	7.8	19.3	31.5	4	8000	50000
8-1	-60.8	15.5	18.4	26.3	19.1	4000	40000

各荷载步模拟内容 表 6-15

计算荷载步	模拟内容
1	开挖至-2.5m 深度
2	施工-2m 深度处 B0 板, 开挖至-7.5m 深度
3	施工-7m 深度处单环梁支撑, 开挖至-12m 深度
4	施工-11.5m 深度处 B1 板, 开挖至-17m 深度
5	施工-16.5m 深度处 B2 板, 开挖至-22.5m 深度
6	施工-22m 深度处双环梁支撑, 开挖至-27m 深度
7	施工-26.5m 深度处 B3 板, 开挖至-31m 深度
8	施工-30.3m 深度处双环梁支撑, 开挖至-33.7m 深度

## (2) 计算结果

采用同济启明星深基坑支挡结构分析计算软件 FRWS 建立了平面弹性地基梁法模型。将平面计算结果和空间计算结果进行对比如下表 6-16 和表 6-17。

地下连续墙计算结果对比 表 6-16

项目	平面弹性地基梁法	空间弹性地基板法
最大水平位移 Smax(mm)	54.4	32.1
最大正弯矩 M+max(kN-m/m)	4196.6	1857.5
最大负弯矩 M-max(kN-m/m)	2873.2	1656.4
最大环向轴力 Nmax(kN/m)	/	17779
最大正剪力 Q+max(kN/m)	1555.4	613.3
最大负剪力 Q-max(kN/m)	1537.6	609.8

支撑结构计算结果对比 表 6-17

标高	结构	项目	平面弹性地基梁法	空间弹性地基板法	
-2.0	地下室顶板	压应力 $\sigma_{max}$ (MPa)	1.18	0.21	
-7.0	第一道临时单环支撑	轴力 Nmax(kN)	18061	3690	
-11.5	地下一层结构	压应力 $\sigma_{max}$ (MPa)	3.51	1.08	
-16.5	地下二层结构	压应力 $\sigma_{max}$ (MPa)	8.85	2.1	
-22.0	第二道临时双环支撑	内圆环	轴力 Nmax(kN)	29829	9110
		外圆环		21972	7180
		连杆		2672	948

-26.5	地下三层结构		压应力 $\sigma_{max}$ (MPa)	10.02	4.28
-30.3	第三道临时 双环支撑	内圆环	轴力 $N_{max}$ (kN)	21782	7500
		外圆环		16044	5860
		连杆		1951	721

空间弹性地基板法计算表明，地下连续墙环向拱作用得到充分发挥，产生较大的环向轴力，最大达 17779kN，而竖向梁结构受力模式明显减弱，整个连续墙竖向弯矩值仅为平面计算的一半左右，最大正弯矩从 4196.6 kN-m/m，减小至 1857.5 kN-m/m，为平面计算的 44%，最大负弯矩从 2873.2 kN-m/m，减小至 1656.4kN-m/m，为平面计算的 57.6%。同时，连续墙的最大剪力也从 1555.4kN 减小至 613.3kN，仅为平面计算的 39.4%。表现出以环向拱受力为主，竖向梁受力为辅的结构受力体系。

圆筒形连续墙结构除了改善自身受力特性外，还从平面模型中对水平侧压力的传力体系转变为直接抗力体系，从而减小水平支撑体系上的受力。与平面计算结果相比，第一道单环的支撑轴力从 18061kN 减小到 3690kN，为平面计算的 20.4%，承受轴力最大的第二道双环支撑中的内环从 29829kN 减小到 9110kN，为平面计算的 31.9%。由于连续墙的拱作用增加了整个支护体系的水平刚度，使之水平变形大大减小，最大值从平面计算的 54.4mm 减小到 32.1mm。

由此可见，空间弹性地基板法能反映圆筒型支护结构的整体受力特性。圆筒型结构把大部分侧向荷载转移给连续墙环向拱结构，相应减轻连续墙竖向梁结构的负担，克服平面计算中竖向应力过大的缺点，且通过环向拱作用直接提供水平抗力减小内支撑受力，达到结构整体应力分布均匀，设计趋于经济合理。

### 3. 三维连续介质有限元法分析

#### (1) 计算模型

三维分析模型平面大小为直径 530m，深度 100m。计算模型的上边界为自由边界，底部全约束，侧边限制向基坑方向的水平位移。计算过程中将基坑的围护结构和土体作为整体进行分析，土体采用 8 节点实体单元模拟；地下连续墙、各道逆作楼板采用 4 节点板单元模拟；各道环梁采用空间梁单元模拟。三维有限元计算模型网格见图 6-37~图 6-38。土体弹性模量值参考上海市工程建设规范《岩土工程勘察规范》(DGJ08-37-2002)中土的压缩模量  $E_s$  与原位测试成果关系公式并结合经验来确定。

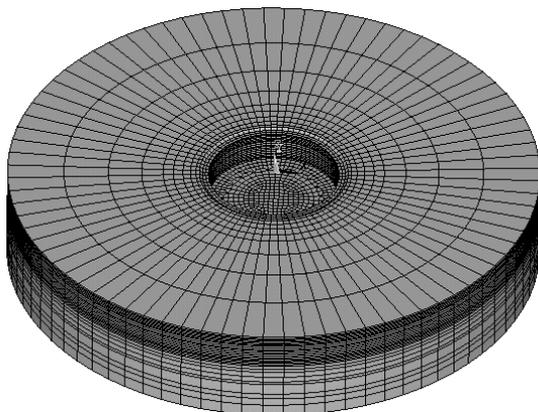


图 6-37 开挖结束后土体有限元网格

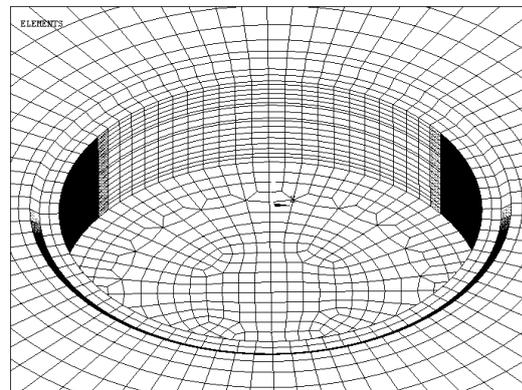


图 6-38 开挖结束后土体局部有限元网格

#### (2) 计算结果

图 6-39~图 6-40 为施工结束时连续墙的弯矩和剪力计算结果。

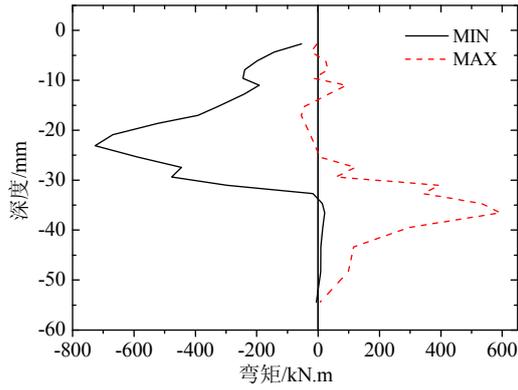


图 6-39 连续墙弯矩包络图

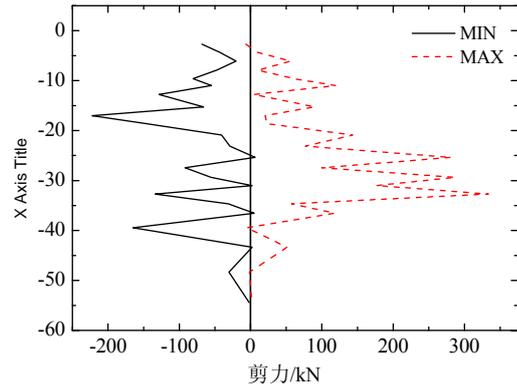


图 6-40 连续墙水平剪力包络图

对空间弹性地基板法和三维连续介质有限元法的计算结果与常规设计计算所采用的平面弹性地基梁法的结果进行对比，如表 6-18 所示。从表 6-18 可以看出，平面方法不反映连续墙的环向作用，其结果可供设计参考，但不宜直接用于构件设计，而空间分析则能反映本工程圆筒形支护结构以环向受力为主的特点。空间弹性地基板法与三维连续介质有限元法相比，由于前者是规范方法的延伸，以其作为设计依据，能够有足够的安全度保证，而后的计算结果表明当同时考虑土体的作用时，支护结构的内力及变形会更小。

地下连续墙计算结果对比

表 6-18

项目		平面弹性地基梁法	空间弹性地基板法	三维有限元法
内力最大值	最大水平位移(mm)	54.4	32.1	25.3
	最大正弯矩(kN.m/m)	4196.6	1857.5	726.7
	最大负弯矩(kN.m/m)	2873.2	1656.4	593.4
	最大环向轴力(kN /m)	/	17779	7627
	最大正剪力(kN /m)	1555.4	613.3	222.1
	最大负剪力(kN /m)	1537.6	609.8	333.9
地下连续墙弯矩	标高-2.0 m 处(kN.m/m)	0	0	0
	标高-7.0 m 处(kN.m/m)	1754.5	748.9	218.7
	标高-11.5 m 处(kN.m/m)	2732.9	1205.5	201.1
	标高-16.5 m 处(kN.m/m)	2848.6	1357.1	391.6
	标高-22.0 m 处(kN.m/m)	3503.7	1751.3	697.7
	标高-26.5 m 处(kN.m/m)	3285.7	1673.8	516.4
	标高-30.3m 处(kN.m/m)	2676	1626.6	386.8
地连墙环向轴力	标高-2.0 m 处(kN /m)	/	2581	781
	标高-7.0 m 处(kN /m)	/	6621	2546
	标高-11.5 m 处(kN /m)	/	9705	4171
	标高-16.5 m 处(kN /m)	/	13346	6076
	标高-22.0 m 处(kN /m)	/	16532	7509
	标高-26.5 m 处(kN /m)	/	17779	7275
	标高-30.3m 处(kN /m)	/	17114	6124

## 参考文献

- [1] 刘建航, 侯学渊. 基坑工程手册 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997.
- [2] 冶金工业部建筑研究总院. 建筑基坑工程技术规范 (YB9258-97) [S]. 北京: 冶金工业出版社, 1998.
- [3] 中国建筑科学研究院. 建筑桩基技术规范 (JGJ94-94) [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1995.
- [4] 中国建筑科学研究院. 建筑基坑支护技术规程 (JGJ-120-99) [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999.
- [5] 杨光华. 深基坑支护结构的实用计算分析方法及其应用 [M]. 北京: 地质出版社, 2004.
- [6] 湖北省地方标准. 基坑工程技术规程 (DB42/159-2004) [S]. 武汉, 2004.
- [7] 上海市建设和管理委员会. 基坑工程设计规程 (DBJ08-61-97) [S]. 上海, 1997.
- [8] 冯俊福. 杭州地区地基土  $m$  值的反演分析 [硕士学位论文 D]. 杭州: 浙江大学, 2004.
- [9] 沈健. 深基坑工程考虑时空效应的计算方法研究 [D]. 上海交通大学硕士学位论文, 上海, 2006.
- [10] 王建华, 范巍, 王卫东, 沈健. 空间  $m$  法在深基坑支护结构分析中的应用 [J]. 岩土工程学报, 2006, 28(B11): 1332-1335.
- [11] 博弈创作室编. APDL 参数化有限元分析技术及其应用实例 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004.
- [12] 王卫东, 王建华. 深基坑支护结构与主体结构相结合的设计、分析与实例 [M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2007.
- [13] 杨勇祥. 哈尔滨市地下商业街工程设计与“逆作法”施工 [J]. 地下空间. 1991, 11 (4): 288-293.
- [14] 缪海全. 海口中青大厦地下室逆作法施工 [J]. 建筑技术. 2002, 33 (2): 113-114.
- [15] 翁华为, 许可, 华锦耀. 上斜撑半逆作法支护施工技术 [J]. 浙江建筑. 2003, (3): 28-30.
- [16] Potts D M and Zdravkovic L. Finite element analysis in geotechnical engineering: application [M]. London: Thomas Telford, 2001.
- [17] Grande L. Some aspects on sheet pile wall analysis [A]. soil-structure interaction, International conference on soil structure interaction in urban civil engineering [C]. Darmstadt, 1998: 193-211.
- [18] Whittle A J. A constitutive model for overconsolidated clays with application to the cyclic loading of friction piles [D]. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, Massachusetts, 1987.
- [19] Hashash Y M A. Analysis of deep excavation in clay [D]. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, Massachusetts, 1992.
- [20] Clough G W, Duncan J M. Finite element analyses of retaining wall behavior [J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE. 1971, 97 (12): 1657-1673.
- [21] 娄奕红, 罗旗帜. 基坑开挖地表沉陷分析方法 [J]. 公路. 2002, (12): 51-54.
- [22] Desai C S and Nagaraj K G. Modeling of cyclic normal and shear behavior of interfaces [J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE. 1988, 114(1): 1198-1216.
- [23] Goodman R E, Taylor R L, and Brekke T L. A model for mechanics of jointed rock [J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE. 1968, 94(3): 637-659.
- [24] 欧章煜. 深开挖工程分析设计理论与实务 [M]. 台北: 科技图书股份有限公司, 2004.
- [25] Potts D M and Zdravkovic L. Finite element analysis in geotechnical engineering: theory

- [M]. London: Thomas Telford, 1999.
- [26] 上海岩土勘察设计研究院. 上海银行大厦勘察报告 [R]. 上海, 1997.
- [27] Brinkgreve R B J, Broere W, and Waterman D. PLAXIS version 8.2 Manual [M]. Rotterdam: A A Balkema, 2006.
- [28] 中国电力工程顾问集团华东电力设计院. 500 千伏世博输变电工程可行性研究岩土工程勘测报告 [R]. 上海, 2004.